quaderni di CABRIRRSAE

Presentazione a cura di:
Giuliana Bettini e Franca Noè

FLAT*landia*

geometria on-line
nella scuola secondaria

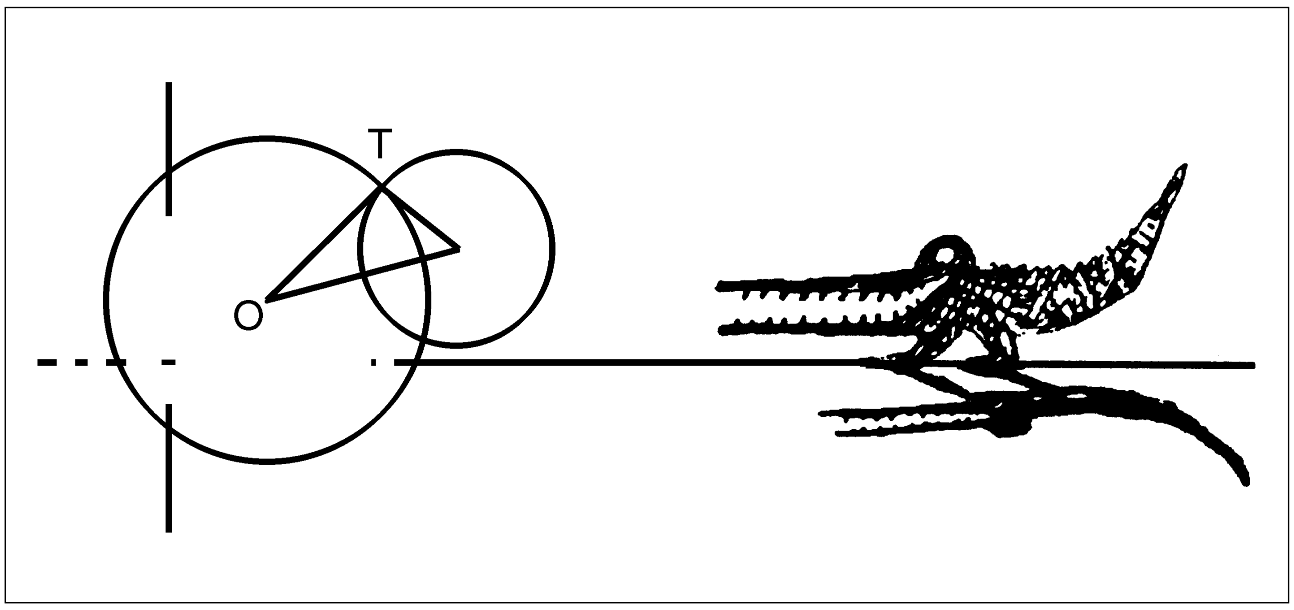
n°

14

Giuliana Bettini, laureata in matematica, ha partecipato all'esperienza, fa parte della redazione del bollettino CABRI*RRSAE* e collabora con l'I.R.R.S.A.E. - E.R. in attività legate alla utilizzazione del software CABRI.

Franca Noè, insegnante di matematica, distaccata presso l'I.R.R.S.A.E. - E.R., fa parte della redazione del bollettino CABRI*RRSAE* e partecipa da alcuni anni con l'I.R.R.S.A.E. - E.R. ad attività legate alla utilizzazione del software CABRI.

Released Information Videoimpaginazione GRAPHICART - Via Fondazza, 37 - Tel. Fax (051) 30.70.73 - 40125 BOLOGNA



FLAT*landia*

geometria on-line
nella scuola secondaria

Ind ce

È un'attività dell'IRRSAE-ER rivolta soprattutto agli alunni del terzo anno della Scuola Media inferiore e del biennio della Scuola Secondaria superiore.
Ogni mese viene chiesto agli alunni di risolvere un problema di geometria. Entro lo stesso mese vengono valutate le risposte pervenute e vengono segnalate quelle ritenute meritevoli.
Testo e soluzioni sono inviati usando esclusivamente collegamenti telematici.

Perchè FLAT*landia*?

Il nome è tratto da un classico della letteratura fantastica pubblicato nel 1882: il libro "Flatlandia" di Edwin A. Abbot, reverendo e insegnante di matematica, narra le avventure di un quadrato che dal suo universo bidimensionale intraprende un viaggio verso le altre dimensioni.

Un po' di storia...

Tramite la lista di discussione Cabrinews, gestita dall'IRRSAE-ER, negli anni passati sono stati periodicamente replicati, in lingua inglese, "Problemi della settimana" proposti dal forum della matematica di Swarthmore, Pennsylvania, (http://forum.swarthmore.edu), rivolti ai ragazzi dai 12 ai 16 anni.
Alcune scuole italiane hanno raccolto l'invito a partecipare, inviando le soluzioni del problema direttamente al sito americano, ma probabilmente la difficoltà della lingua ha limitato tale partecipazione.
E' nata allora l'idea di avviare una attività analoga in lingua italiana.
Nell'Ottobre del 1997 è stato quindi inviato alla lista di discussione il primo problema e si è incominciato a costruire l'archivio di FLATlandia

Il progetto

Sostenuto dall'IRRSAE Emilia Romagna, è gestito da insegnanti di scuola secondaria assistiti da un docente universitario e da un tecnico informatico.
Il problema proposto richiede di solito una costruzione (da eseguire con gli strumenti tradizionali o con l'ausilio di software dedicati all'insegnamento della geometria) e una dimostrazione. L'intento è quello di coinvolgere gli alunni in una attività che richiede qualche conoscenza di geometria accompagnata da un po' di fantasia e creatività.
A parere del gruppo che coordina l'attività, un progetto di questo genere può permettere ai docenti un "guadagno formativo" non altrimenti ottenibile all'interno delle classi.
La possibilità infatti di conoscere in tempi brevi, via e-mail o tramite il sito web dell'attività, le diverse soluzioni dello stesso problema, i motivi per cui alcune risposte sono ritenute più interessanti, ha una notevole valenza didattica perchè induce a riflessioni e discussioni collettive che portano ad individuare percorsi ottimali per la risoluzione dei problemi proposti o ad essi collegabili.
L'attività inoltre, grazie ai commenti inviati, favorisce la crescita delle conoscenze geometriche, induce ad affinare le strategie risolutive dei problemi e promuove la comunicazione interpersonale a distanza.
Anche il tema della continuità didattica fra i vari ordini di scuola, tema così spesso citato e così raramente conseguito nella realtà delle diverse situazioni scolastiche, può essere favorito da un attività come quella di FLATlandia.
Si può infatti osservare nella mappa seguente che partecipano all'iniziativa diverse tipologie di scuole, con la conseguenza, ad esempio, che alle superiori possano essere viste e discusse anche le soluzioni delle scuole medie e viceversa.

Come partecipare

I problemi sono inviati alla lista Cabrinews (cabrinews@arci01.bo.cnr.it) il primo lunedì di ogni mese, da Ottobre a Maggio, oppure sono consultabili in rete negli archivi del progetto all'indirizzo:

http://arci01.bo.cnr.it/cabri/flatlandia/

tutta la classe.
Le soluzioni dovranno pervenire entro il terzo lunedì del mese al seguente indirizzo di posta elettronica: flat@arci01.bo.cnr.it, inserendo nel mail il nome, la classe e il nominativo dell'Istituto.
Se la scuola non è ancora iscritta a Cabrinews, per conoscere le procedure di iscrizione è sufficiente inviare un mail a: cabri@arci01.bo.cnr.it

Ulteriori informazioni

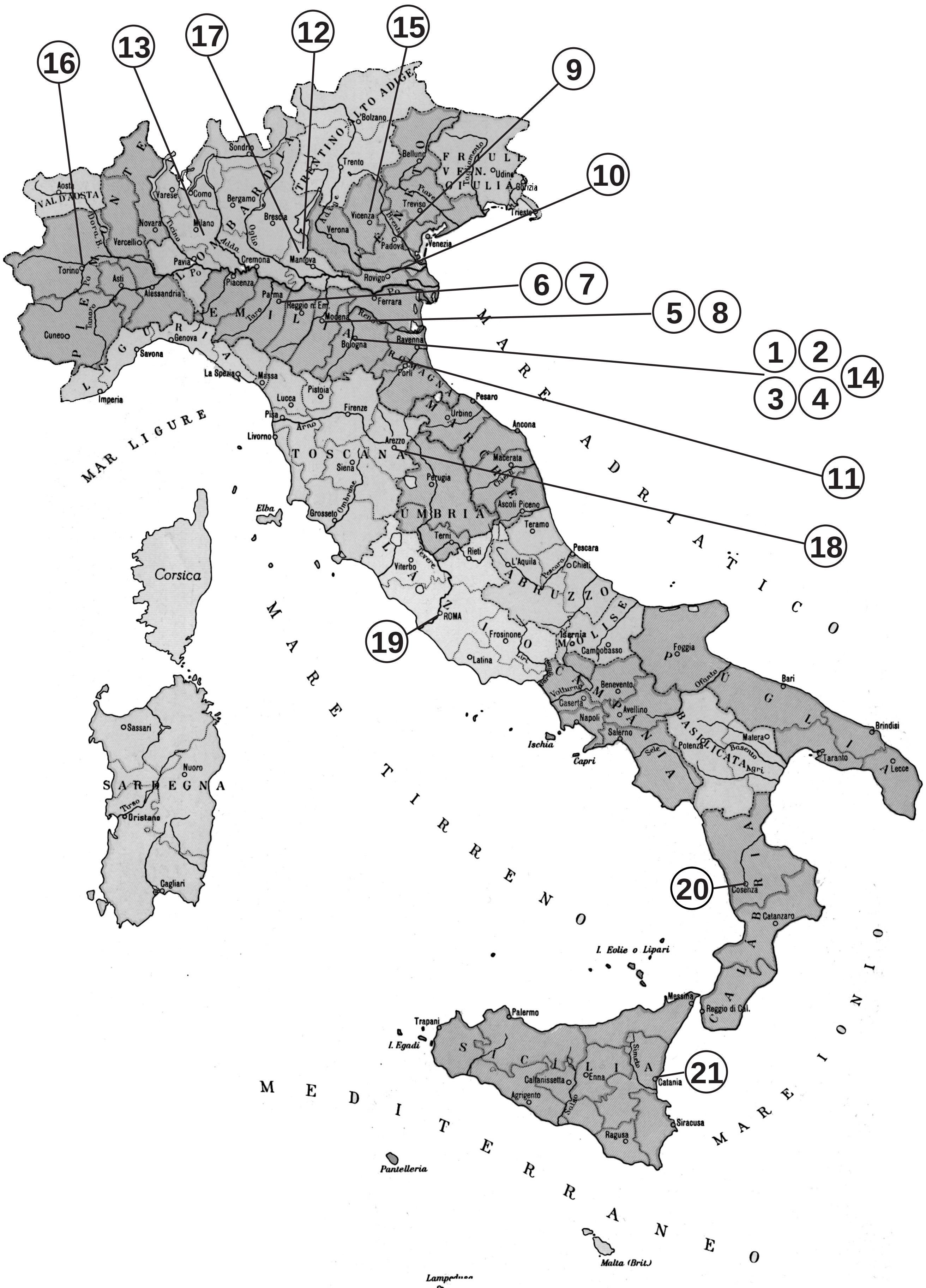
Le soluzioni possono essere scritte o direttamente nel messaggio di posta elettronica o in un file in formato Word inviato in attachment.
Se si vuole allegare un disegno deve essere inviato o in formato Cabri-géomètre per MS-DOS o per Windows, altrimenti in formato Word.

FLAT*landia*

Attività 1997-1998

7

pp p p

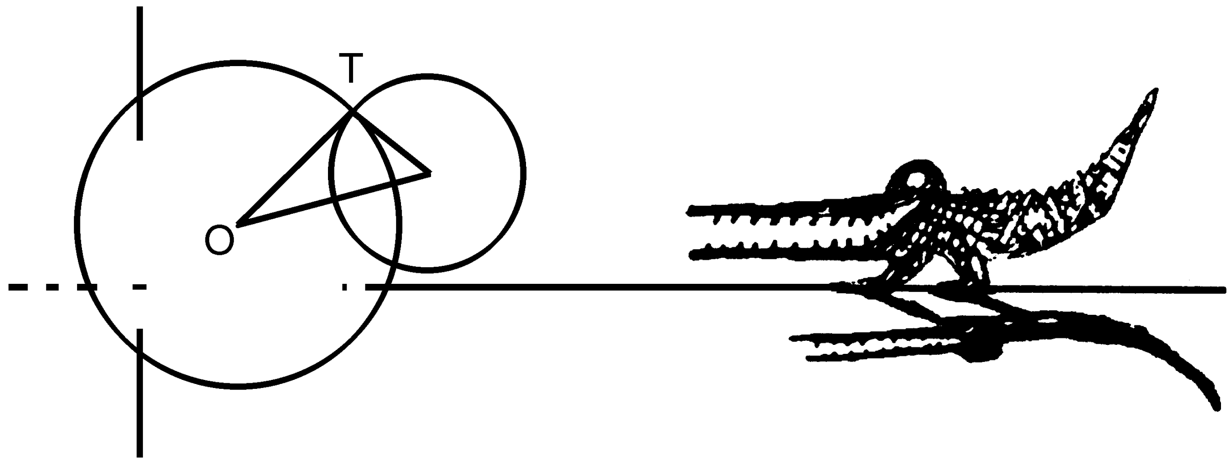


16
13
17
12
15
9
10
6
7
5
8
1
2
3
4
14
11
18
19
20
21
MAR LIGURE
MARE ADRIATICO
MARE TIRRENO
MARE IONIO
MEDITERRANEO
Corsica
SARDEGNA
TOSCANA
UMBRIA
ROMA
Elba
Ischia
Capri
I. Eolie o Lipari
I. Egadi
Pantelleria
Malta (Brit.)
Torino
Milano
Genova
Venezia
Bologna
Firenze
Napoli
Palermo
Catania
Cosenza
Bari
Cagliari

1 S.M. “Testoni - Fioravanti”, Bologna
2 S.M. “Salvo D’Acquisto”, Bologna
3 S.M. “Jussi”, S. Lazzaro (BO)
4 S.M. “Panzacchi”, Ozzano E. (BO)
5 I.C. “Novi”, Modena
6 L.S. “Ulivi”, Parma
7 I.T.G. “G. Rondani”, Parma
8 L.S. “M. Fanti”, Carpi (MO)
9 I.T.I. “Euganeo”, Este (PD)
10 L.S. “Galilei”, Adria (RO)
11 I.T. Agrario “Garibaldi” - Cesena (FO)
12 I.T.I. “E. Fermi”, Mantova
13 I.T.I.S. “A. Cesaris”, Casal Pusterl. (LO)
14 I.T.C. “L. Einaudi”, S.G. Persiceto (BO)
15 L.S. “P. Lioy”, Vicenza
16 L.S. “Majorana”, Torino
17 S.M. “L. Benati”, Marmirolo (MN)
18 L.S. “B. Varchi”, Montevarchi (AR)

Centro e Sud Italia:

19 L.S. “Francesco d’Assisi”, Roma
20 L.S. “G.B. Scorza”, Cosenza
21 I.T.A.S. “F. Eredia”, Catania

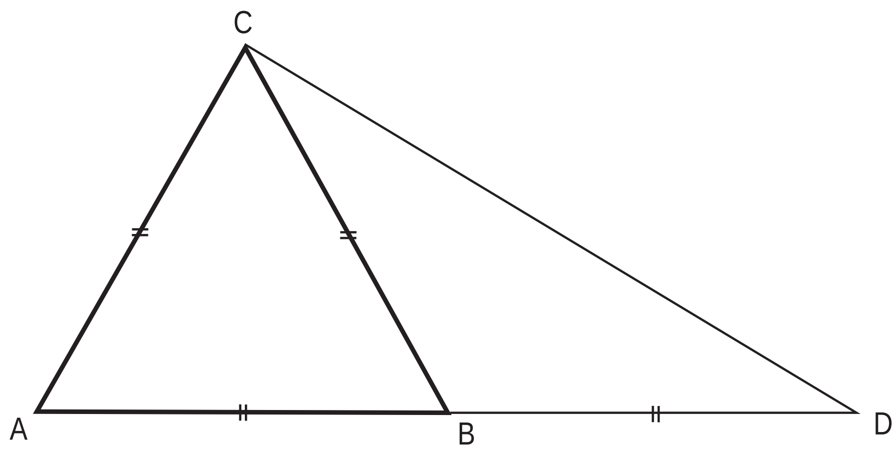


FLAT*landia*

Problemi e soluzioni

6 - 20 Ottobre 1997

È facile verificare che se in un triangolo equilatero ABC si prolunga il lato AB di un segmento BD congruente al lato stesso e si congiunge D con C, si ottiene un triangolo rettangolo.
Come è possibile ottenere lo stesso risultato a partire da un triangolo isoscele? Giustificare la risposta.



Commento

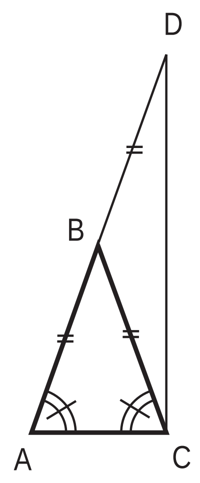
Sono giunte 15 risposte, di cui 5 errate.
Essendo la prima esperienza abbiamo accettato anche i ritardatari e le risposte senza indicazione dell'alunno o della scuola.
Sei soluzioni sono giunte dalla classe 2I dell'ITG C.Rondani di Parma, in cui l'insegnante ha proposto il problema come attività di laboratorio.
Fra le risposte errate due evidenziano che non è stato compreso correttamente il testo del problema: si doveva ottenere il risultato richiesto mediante un opportuno prolungamento.
In tutte le rimanenti, la costruzione della figura è corretta ma non sempre lo è la dimostrazione.
Abbiamo riscontrato varie imprecisioni nell'esposizione: vi chiediamo in futuro di essere più corretti, anche nel segnalare i vostri dati (nome, classe e scuola).

Ecco chi fra di voi ha inviato una risoluzione corretta o accettabile:
- Alberto Cornia, Classe 2B - Liceo Scientifico M. Fanti, Carpi (MO)
- mariog@cisea.it
- Cappa Jonathan, Classe 2I - ITG Rondani, Parma
- Riccardo Iannice, Classe 2C - Media S. D'Acquisto Istituto Comprensivo, Bologna
- Bordoni Andrea, Classe 2I - ITG Rondani, Parma
- Marco Bergamaschi, Classe 2I - ITG Rondani, Parma
- g.bernardi@iol.it
- Diego Capponcelli, Classe 2A Istituto Tecnico L. Einaudi, S. Giovanni in Persiceto (BO)
- Classe 3A Scuola media Jussi, S. Lazzaro di Savena (BO)
- Daniele Maldera, Classe 1E Liceo Scientifico Majorana, Torino

Diverse sono le procedure utilizzate per la dimostrazione; abbiamo scelto quattro risposte che le rappresentano tutte.

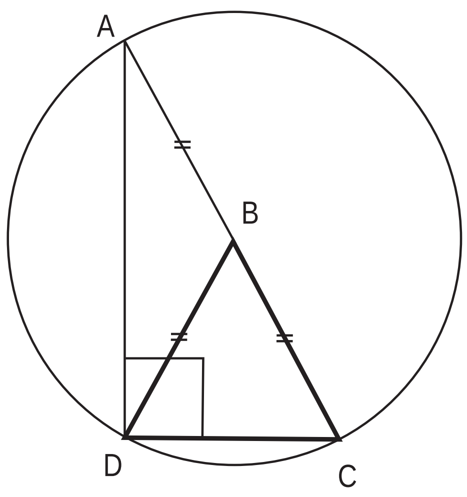
Alberto Cornia
Classe 2B
Liceo scientifico “M. Fanti”
Carpi (MO)

Il triangolo ACD è formato dai due triangoli isosceli ABC e BCD, entrambi con vertice B; quindi gli angoli BAC e BCA sono congruenti, e così anche gli angoli BDC e BCD. La somma di questi quattro angoli è 180°, essendo pari alla somma degli angoli interni del triangolo ACD. I due angoli BCA e DCB, che rappresentano metà del totale, valgono insieme 90° e formano quindi l’angolo retto DCA.
Nota: Al testo è allegata una figura Cabri in cui ABC è isoscele sulla base AC e BD è il prolungamento di BC ed è congruente ad AB



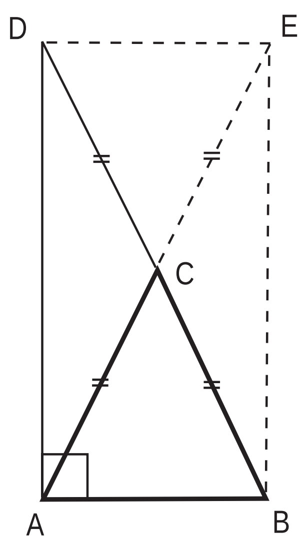
mariog@cisea.it

Considerando il triangolo isoscele BCD, isoscele sulla base CD, prolungando il lato BD di un segmento AB, congruente a BD e congiungendo A con C si ottiene il triangolo rettangolo ADC, retto in C. I tre vertici (A,D,C) del triangolo ottenuto sono equidistanti dal vertice B del triangolo isoscele assegnato.
Pertanto B risulta essere il centro della circonferenza passante per i tre vertici A, D e C. AD risulta ipotenusa del triangolo rettangolo ADC. (Q. V. D.)
Nota:
Una soluzione simile è stata inviata dalla classe 3A della scuola media Jussi di S. Lazzaro di Savena (BO).



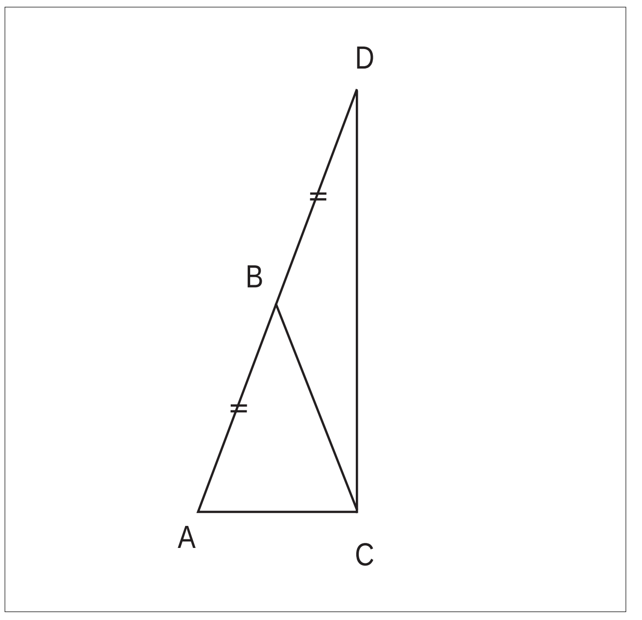
Cappa Jonathan,
Classe 2I
ITG Rondani, Parma

Nel triangolo ABC [di base AB], dopo vari tentativi, prolungando la base, ho notato che il triangolo non era rettangolo. Ma prolungando il lato al vertice (BC), il triangolo diventa rettangolo (ABD).
Facendo il simmetrico di un punto (A rispetto a C) trovo il punto E; congiungendo B e E , D e E , trovo un parallelogramma.
Se AC = CE = DC = CB allora le diagonali si bisecano scambievolmente e sono uguali;
l’unico parallelogramma che ha le caratteristiche suddette è il rettangolo.
In un rettangolo gli angoli sono uguali e quindi di 90°.



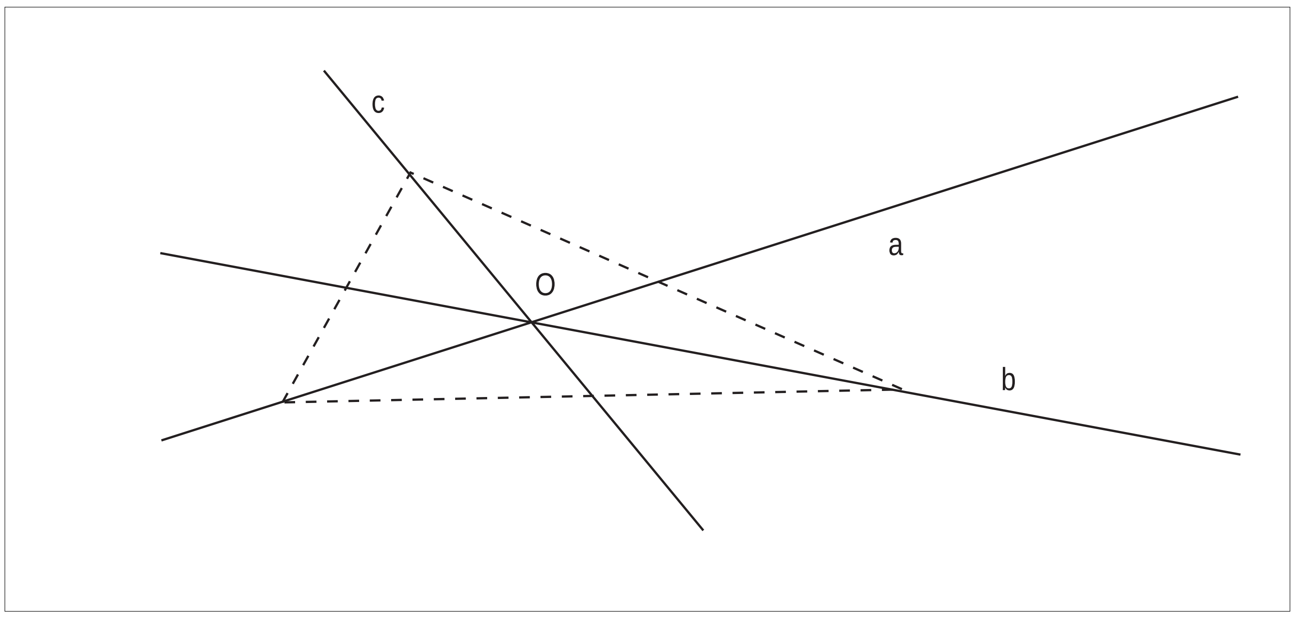
Classe 2c
Scuola Salvo d'Acquisto
Istituto comprensivo
Bologna

Prolungando il lato AB di un triangolo isoscele ABC (isoscele in AB e BC) con un segmento BD congruente al lato stesso e congiungendo D con C si ha un triangolo rettangolo.
Questo perchè BC è mediana di AD (ipotenusa) e soltanto nel triangolo rettangolo la mediana è metà dell'ipotenusa.
La stessa costruzione è possibile anche se si prolunga il lato BC.



3 - 17 Novembre 1997

Tre rette concorrono in uno stesso punto O. Costruire un triangolo che abbia le mediane relative ai suoi lati su tali rette. Giustificare la costruzione.



Commento

Abbiamo ricevuto in tutto 18 risposte di cui cinque corrette e complete e due corrette nella costruzione, ma carenti nella giustificazione della figura ottenuta.
Queste le scuole che hanno partecipato:
I.T.G. Rondani, Parma
I.T.I. Euganeo, Este (PD)
S.M. Jussi San Lazzaro (BO)
L. S. Lioy, Vicenza
S.M. Panzacchi, Ozzano (BO)
L. S. Fanti, Carpi (MO)
Dalle scuole medie inferiori sono giunte complessivamente 7 risposte, purtroppo nessuna accettabile: una costruzione ottenuta ricercando per tentativi un punto medio, ricorrendo alla misura, non ha validità generale, basta muovere un punto base e tutto crolla.
Forse questo quesito era difficile per loro e anche per gli allievi del primo anno di scuola superiore; coraggio ragazzi, vi auguro un miglior risultato con i prossimi problemi.
I ragazzi dell'I.T.I. Euganeo di Este chiedono se in questo progetto sono previsti premi: non facciamo classifiche di vincitori nè vinti perchè pensiamo che sia importante partecipare, provare e, qualche volta, riuscire in una attività che richiede qualche conoscenza accompagnata da un pò di fantasia e, perché no, di fortuna nel fare gli errori giusti!
Attraverso le risposte abbiamo scoperto le molteplici possibilità di risoluzione offerte da questo problema, superiori a quelle da noi immaginate (infatti ne avevamo individuate due, diverse da tutte quelle pervenute! In una abbiamo ottenuto il triangolo conducendo due parallele dal punto medio di un segmento scelto arbitrariamente su una delle tre rette).

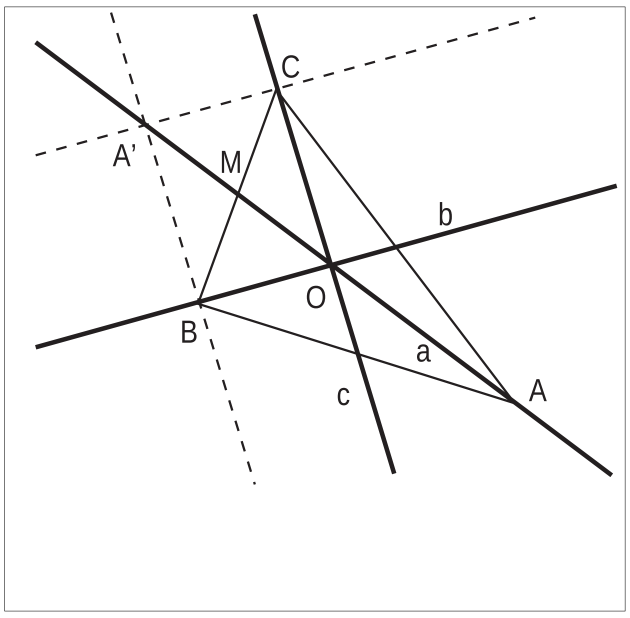
Pubblichiamo le soluzioni di:
-Alberto Cornia, Liceo Scientifico Fanti, Carpi (Mo).
Questa soluzione è simile a quella di Barbarini Valenti dell'ITG Rondani.
-Ludovico Cavedon, Liceo Scientifico Lioy, Vicenza.
La stessa costruzione è stata realizzata da Meli e Chiari dell'ITG Rondani.
-Manuel Pigato, Liceo Scientifico Lioy, Vicenza.
Soluzione corretta ma molto, molto laboriosa.

Alberto Cornia
Classe 2B
Liceo scientifico “M. Fanti”
Carpi (MO)

Siano a, b, c le tre rette. Si sceglie un punto arbitrario, ad esempio A sulla prima retta, e si individua il suo simmetrico rispetto ad O, che chiamiamo A’. Da A’ mandiamo le parallele alle altre due rette che intersecano in B e C rispettivamente le rette b, c. Il triangolo ABC così costruito risolve il problema proposto.

Infatti il quadrilatero OCA’B è un parallelogramma, e le sue diagonali si dividono vicendevolmente a metà. Se chiamiamo M il punto d’incontro delle diagonali, sarà BM=MC (quindi M è punto medio del lato BC, e dunque AM è una mediana) e OM=MA’ = 1/2 OA (per cui O è il baricentro del triangolo ABC).

Dato che si può scegliere in infiniti modi il punto di partenza, ci sono infiniti triangoli che risolvono il problema. Tuttavia, una volta scelto il punto iniziale, il triangolo risulta univocamente determinato



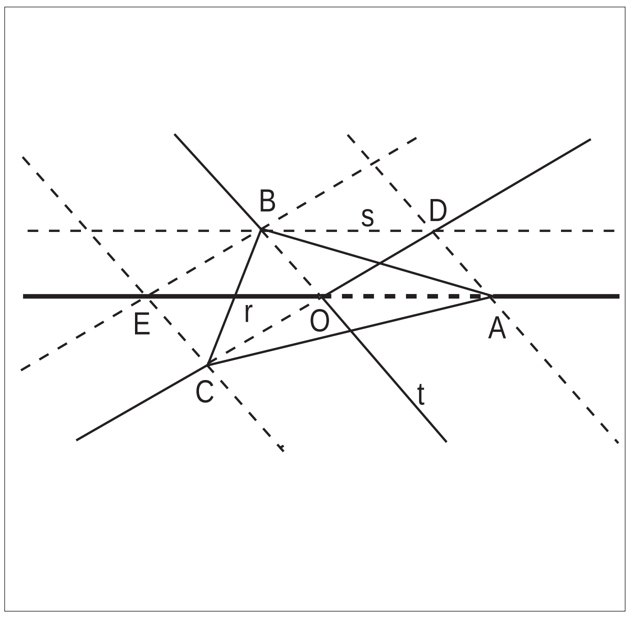
Ludovico Cavedon 2E
Liceo Scientifico “P. Lioyî” Vicenza

Date 3 rette r, s, t che si intersecano in un punto O, prendere un punto qualsiasi A su r.

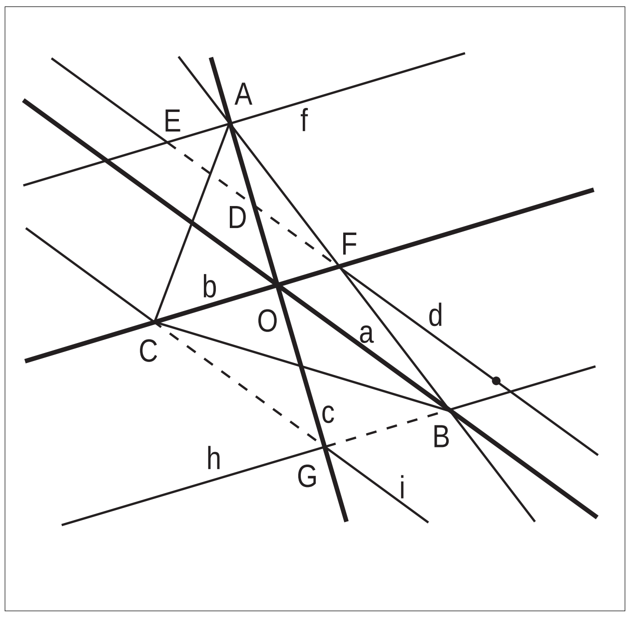
Da A tracciare la parallela a t, che interseca s nel punto D, nel quale passa la parallela a r che determina con t il punto B: si ottiene così il parallelogramma ADOB (poiché, per costruzione ha i lati a due a due paralleli). Ripetere lo stesso dal punto B ottenendo E su r, C su s ed il parallelogramma BECO.

Prendendo ora in esame il triangolo ABC, il lato AB e la retta s sono diagonale del parallelogramma ADBO e quindi si bisecano; perciò s passa nel punto medio di AB ed è mediana relativa ad AB del triangolo ABC. Allo stesso modo, CB e r si bisecano, e r è mediana relativa a CB di ABC.

Poiché in un triangolo le mediane si intersecano sempre in uno stesso punto, quella relativa a CA deve passare obbligatoriamente per O (e per B essendo una mediana). Di conseguenza t è mediana di AC perché O e B sono suoi punti, e per due punti passa una ed una sola retta.



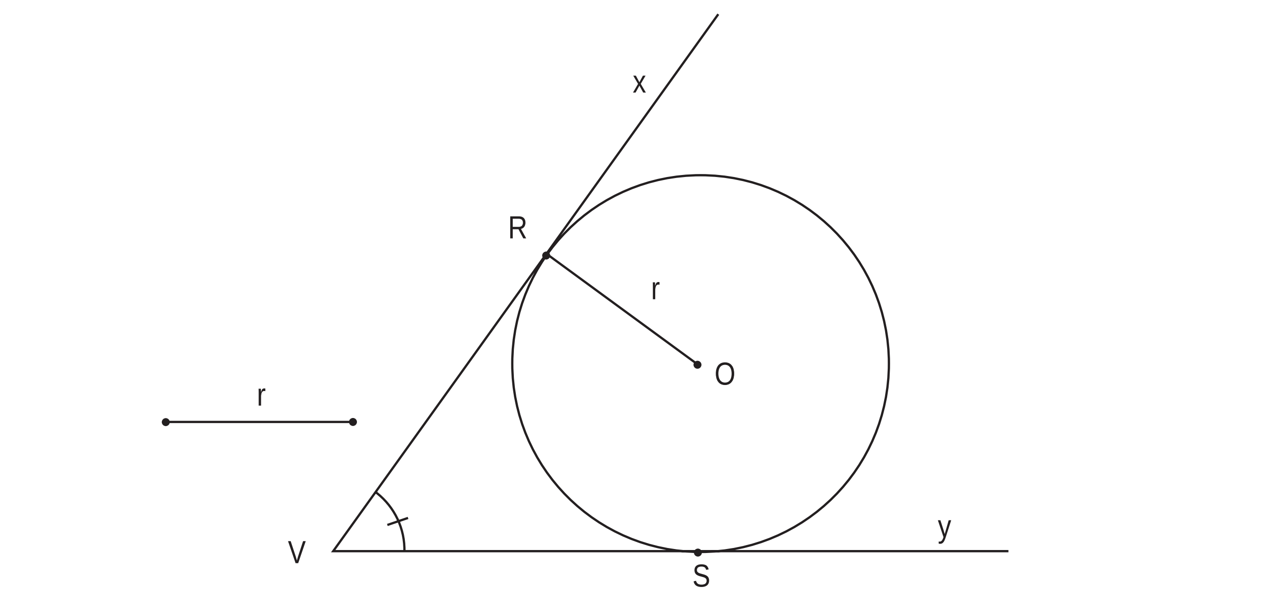
In questa dimostrazione indicherò con lettere maiuscole i punti e con lettere minuscole le rette.
Traccio le tre rette a,b,c. Traccio la retta d parallela ad a e chiamo D l'intersezione tra c e d. prendo D come centro di simmetria e traccio la retta f, simmetrica a b rispetto a D; chiamo A l'intersezione tra f e c, E l'intersezione tra d ed f e F l'intersezione tra b e d. Congiungo A con F e allungo il segmento fino ad arrivare alla retta a; chiamo B il centro [il punto] di intersezione tra il prolungamento del segmento AF e la retta a.
Esamino i triangoli AFE e OFB, essi hanno: AE congruente a FO perchè i loro estremi sono rispettivamente simmetrici rispetto a D. L'angolo FAE e l'angolo BFO sono congruenti perché sono corrispondenti rispetto alle rette f e b (parallele per costruzione) tagliate da trasversale g.
Inoltre gli angoli FBO e AFE sono congruenti perché angoli corrispondenti di rette parallele (d parallela ad a per costruzione) tagliate da trasversale g.
I due triangoli esaminati sono congruenti per il secondo criterio di congruenza generalizzato, in particolare AF è congruente a FB. Da B traccio la retta h, parallela a b (chiamo G l'intersezione tra h e c) e poi la retta i, passante per G e parallela ad a. Chiamo C l'intersezione tra i e b.
Si viene a formare il parallelogramma OBGC (è un parallelogramma a perchè ha i lati a due a due paralleli); per proprietà dei parallelogrammi le diagonali si bisecano, in particolare BC è tagliata in due dalla retta c.
Se noi costruiamo il triangolo ABC, esso ha la mediana



rispetto ad AB che appartiene alla retta b perchè C appartiene a b e perché il segmento AB è diviso in due parti uguali da b.
Inoltre il triangolo ha la mediana relativa al lato BC che appartiene a c, perché A appartiene a c e perché c divide BC in due parti uguali (vedere sopra).
Poiché in un triangolo le mediane concorrono in uno stesso punto, essendo nel nostro triangolo questo punto individuato dal punto O (come intersezione tra b e c), e passando la retta a per B, la mediana relativa a AC appartiene ad a perché per due punti passa una sola retta: quindi abbiamo dimostrato che il triangolo ABC ha come mediane le tre rette di partenza c, b, c.

1 - 15 Dicembre 1997

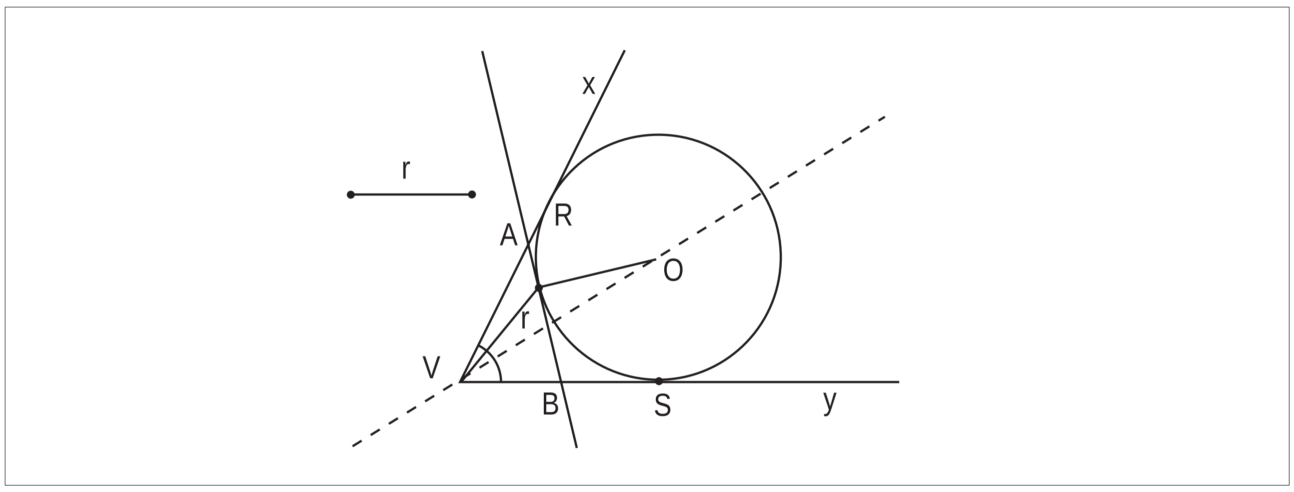
Dato un angolo XVY e un segmento di lunghezza r:
a) costruire la circonferenza di centro O con raggio r tangente ai lati dell'angolo in R ed S giustificando il procedimento seguito;
b) detto T un punto sull'arco RS dalla stessa parte di V, condurre la retta tangente alla circonferenza in T che incontra i lati dell'angolo in A e B; se l'angolo XVY ha un'ampiezza di 60° calcolare, in funzione di r, il perimetro del triangolo AVB e studiare il comportamento del perimetro al variare di T su RS.
E' possibile rispondere alla sola prima parte del quesito; vi invitiamo però a misurarvi anche sulla seconda!



Commento

Sono pervenute in tutto 13 risposte di cui due scaturite da un lavoro che ha coinvolto tutta la classe (3D scuola media "Benati" di Roverbella, Mantova e 2X ITI "E. Fermi" di Mantova).
Il problema richiedeva nella prima parte una costruzione da eseguirsi con gli strumenti tradizionali o con il software Cabri e una dimostrazione nella seconda parte.
In nessuna delle risposte pervenute il problema è stato risolto in modo esauriente in entrambi i quesiti proposti; molti hanno affrontato solo la prima parte inviando un figura in formato Cabri senza descrizione o con commenti approssimativi.
Encomiabile lo sforzo prodotto dai ragazzi delle medie inferiori che, non avendo ancora gli strumenti per fare una dimostrazione, hanno affrontato la seconda parte procedendo in modo sperimentale, analizzando i casi particolari; ricordo però a questi ragazzi che se in un triangolo un lato si annulla, il triangolo degenera in due segmenti sovrapposti e il perimetro è la loro somma.
Segnaliamo alcune risposte:
Hanno risolto entrambi i quesiti:
Valentina Panarese e Valentina Palmieri Scuola Media "E. Panzacchi" di Ozzano Emilia (Bologna), con una imprecisione nella prima parte che nel testo è segnalata fra parentesi quadre;
Alberto Cornia, Liceo Scientifico "Fanti" di Carpi (Modena); anche questa risoluzione presenta una imprecisione nella prima parte.
Pur non essendo accettabile il ricorso alla misura utilizzato nella costruzione, segnaliamo anche il lavoro della classe 3D Scuola Media "Benati" di Roverbella (Mantova) per aver affrontato entrambi i quesiti.

Hanno risolto soltanto il primo quesito:
La classe 2X ITI "Fermi" di Mantova;
Valenti Enrico, Vigna, Fabio Vernazza, Pascilupo, Mora e Bordoni dell'ITG "Rondani" di Parma.

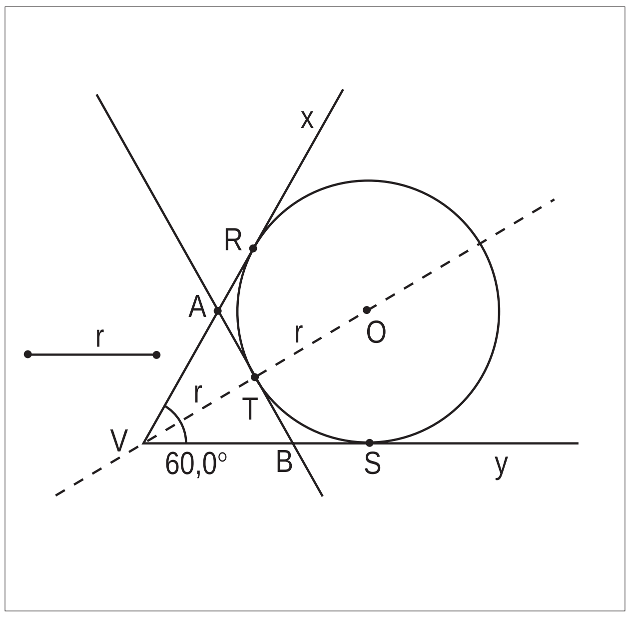


Soluzioni

Valentina Panarese & Valentina Palmieri
SMS Enrico Panzacchi
Ozzano dell'Emilia (BO)

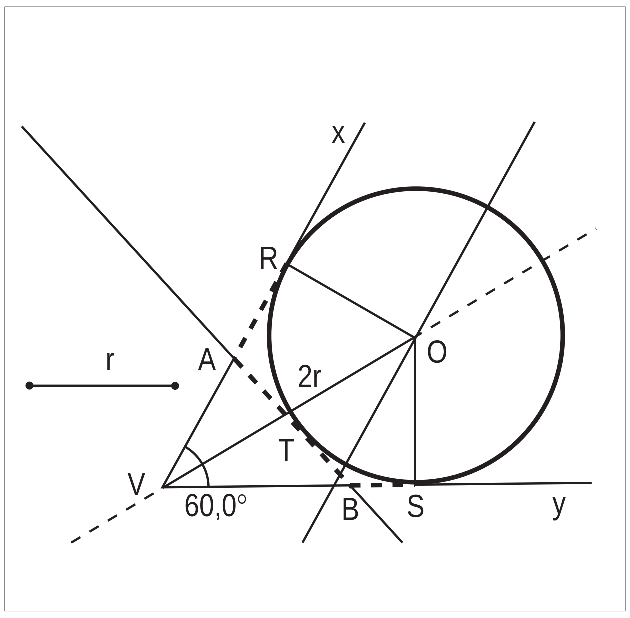
a) vedi figura [La costruzione inviata presenta una imprecisione iniziale: il raggio andava prima assegnato e poi costruito sulla perpendicolare al lato dell'angolo]

b) Per via sperimentale abbiamo rilevato che al variare di T su RS il perimetro rimaneva costante. Abbiamo quindi fatto coincidere T con la bisettrice [con l'intersezione fra la bisettrice e la circonferenza] e risolto la relazione:
TO=1/2 VO (il triangolo VOS ha gli angoli di 30, 60, 90 quindi è metà triangolo equilatero con SO=TO)
VT=r
VAB è equilatero con
VA=VB=2*r*radq 3 / 3
Il perimetro risulterà:
2 * r * radq 3 / 3 * 3 = 2 * r * radq 3



Alberto Cornia
Liceo scientifico "M. Fanti" - Carpi (MO)
Classe 2B

A) Traccio la parallela al lato VX a distanza r dal lato stesso [La costruzione inviata presenta una imprecisione iniziale: il raggio andava prima assegnato e poi costruito sulla perpendicolare al lato dell'angolo]. L'intersezione O fra questa retta e la bisettrice dell'angolo è il centro della circonferenza richiesta. Infatti il punto O è equidistante dai due lati e tale distanza vale r per costruzione. La circonferenza richiesta ha raggio r e centro O.
B) I segmenti VS e VR valgono entrambi r radq 3 , in quanto i triangoli OVS e OVR sono la metà di un triangolo equilatero di lato OV = 2r e altezza rispettivamente VS e VR. Osserviamo che AR = AT e TB = BS per il teorema delle due tangenti, per cui VA + AT = VR = r radq 3 e VB + BT = VS = r radq 3 .
Il perimetro del triangolo quindi vale sempre 2r radq 3 , indipendentemente dalla posizione di T.

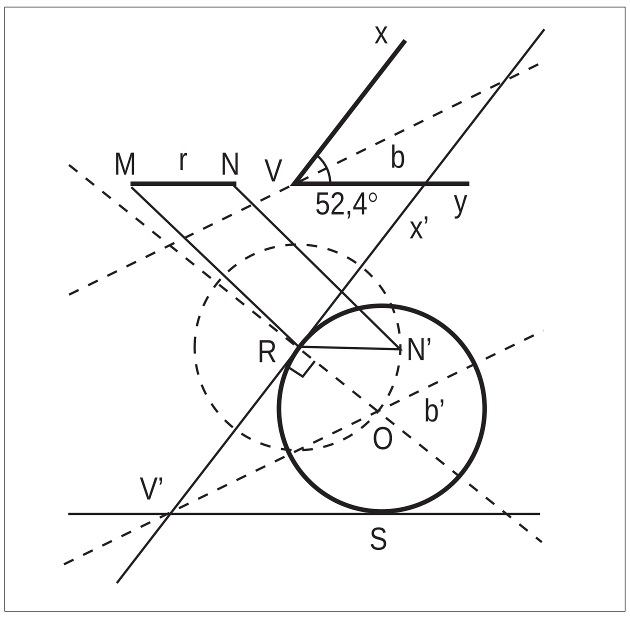


Scuola media “L. Benati”
Roverbella (MN)
Sede staccata di Marmirolo

a) ....
b) Il perimetro del triangolo AVB al variare di T su RS resta sempre uguale, cioè i triangoli sono isoperimetrici. Il 2p di AVB è uguale a 2 radq 3r.
L’abbiamo calcolato considerando il caso in cui T appartiene alla bisettrice, in quanto AVB risulta essere un triangolo equilatero con altezza VT = r.
Quando T coincide con R, il triangolo AVB non esiste più perchè VA coincide con VR.

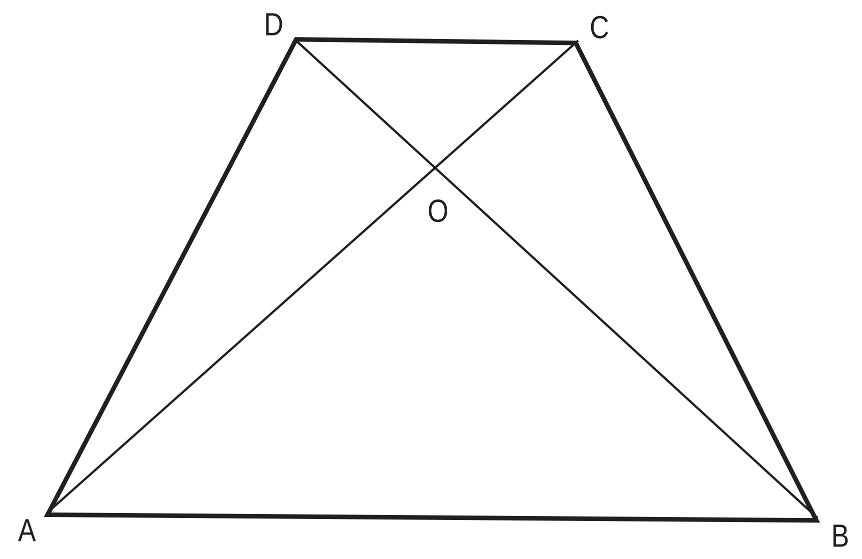
Classe 2X
ITIS “E. Fermi”
Mantova

N.B. I comandi di Cabri sono indicati tra parentesi quadra, non sono invece stati inseriti i comandi che danno un nome agli oggetti.
Giustificazione del procedimento seguito:
una circonferenza tangente ai lati dell’angolo ha il centro sulla bisettrice dell’angolo ed il raggio, nei punti di tangenza, è perpendicolare ai lati.
Costruiamo angolo e segmento dati: l’angolo XVY [Creazione/punto (ripetuto 3 volte), Creazione/segmento (per 2 volte)] ed il segmento MN di lunghezza r [Creazione/segmento]. Tracciamo poi la bisettrice b dell’angolo XVY [Costruzione/bisettrice].
Sia X’ una parallela, passante per un punto qualsiasi R [Creazione/punto], al lato VX dell’angolo dato [Costruzione/parallela]. Trasportiamo il segmento dato MN sulla retta X’. Per fare ciò tracciamo il segmento RM [Creazione/segmento] e costruiamo il parallelogramma RMNN’ [Costruzione/parallela (per R a MN, e per N a RM), Costruzione/intersezione di 2 oggetti (per determinare N’)]; tracciamo la circonferenza con centro in R e raggio RN’ [Creazione/circonferenza centro/punto] poi la perpendicolare per R a X’ [Costruzione/perpendicolare] e chiamiamo O uno dei 2 punti di intersezione tra la circonferenza e la retta perpendicolare [Costruzione/intersezione di 2 oggetti]. Diciamo che O è il centro della circonferenza cercata e che OR è il suo raggio perchè per costruzione è isometrico ad MN [Creazione/circonferenza centro/punto]. Tracciamo per O la parallela b’ alla bisettrice b [Costruzione/parallela]; il vertice V’ dell’angolo cercato sarà perciò il punto d’intersezione di b’ con X’ [Costruzione/intersezione di 2 oggetti].
Resta da costruire il secondo lato dell’angolo V’Y’ [Costruzione/retta parallela] che è la parallela a VY passante per V’, e il secondo punto di tangenza S che è l’intersezione tra V’Y’ e la perpendicolare ad esso passante per O [Costruzione/retta perpendicolare Costruzione/intersezione di due oggetti].



12 - 26 Gennaio 1998

Dato un trapezio isoscele ABCD, tracciamo le diagonali AC e BD indicando con O il loro punto di intersezione.
a) Confrontiamo i triangoli AOD, BOC e le loro superfici; come sono?
b) Modifichiamo ora il quadrilatero in modo che diventi un trapezio scaleno e confrontiamo di nuovo i triangoli AOD e BOC: c'è qualcosa che si conserva rispetto alla figura precedente?
Motiva le tue risposte.

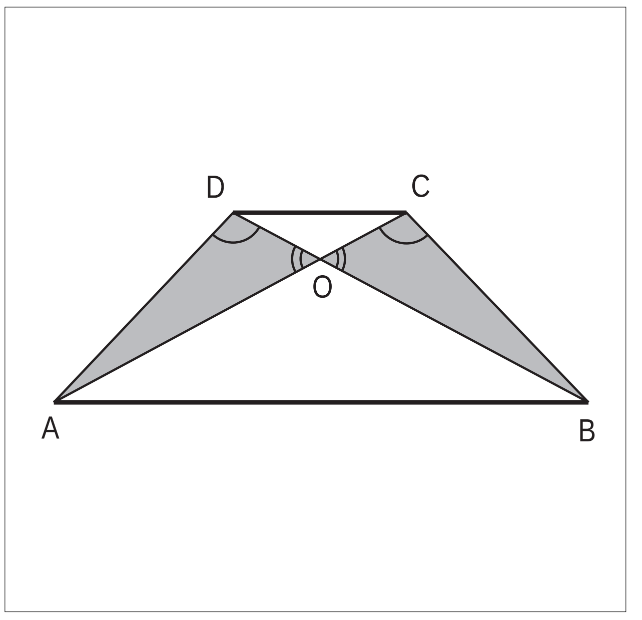


Commento

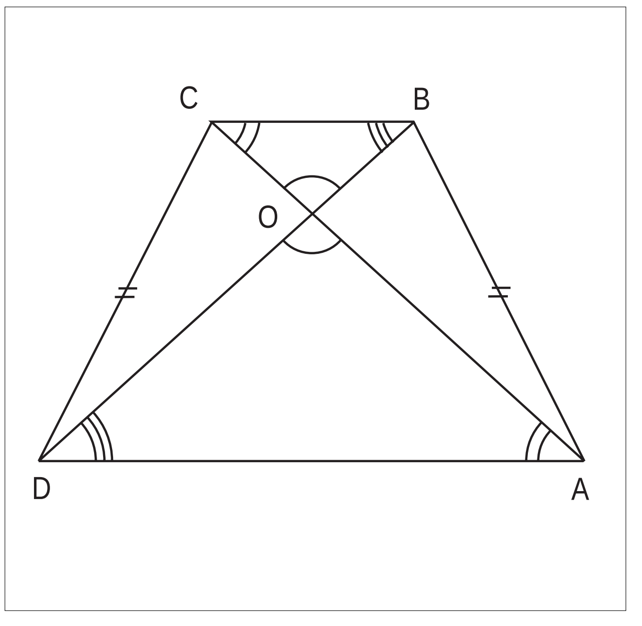
Sono state inviate quattordici risposte provenienti da dieci scuole, di cui tre sono scuole medie inferiori: una risposta non è accettabile e due sono incomplete; le rimanenti soluzioni proposte sono state accettate anche se presentano improprietà di linguaggio (ad esempio i termini "uguale", "equivalente", "equiesteso" vengono confusi tra loro così come "area" e "superficie") e/o carenze nella giustificazione e/o imprecisioni di procedimento (ad esempio si considera l'ipotesi, non richiesta, che le basi del secondo trapezio restino congruenti alle corrispondenti basi del trapezio isoscele).
L'assenza di una figura allegata al testo del problema proposto ha portato di fatto a due possibili interpretazioni a seconda della disposizione delle lettere: in una di queste i segmenti AD e BC sono le basi del trapezio, nell'altra sono i lati obliqui. Tra le risposte pervenute solo due hanno considerato entrambe le interpretazioni.
Sul primo quesito proposto sono pervenute due tipi di dimostrazione: una basata sulla geometria euclidea, l'altra sulle proprietà della simmetria assiale.
Sono pervenute risposte dalle seguenti scuole:
Liceo Scientifico M.Fanti - Carpi (MO)
Liceo Scientifico P. Lioy - Vicenza
ITIS A. Cesaris - Casal Pusterlengo (LO)
Liceo Scientifico Francesco d'Assisi - Roma
ITG Rondani - Parma
IT Agrario G. Garibaldi - Cesena (FO)
ITI E. Fermi Mantova
Scuola Media Salvo D'Acquisto - Bologna
Scuola media E. Panzacchi - Ozzano Emilia (BO)
Scuola Media L. Benati Roverbella sezione staccata - Marmirolo (MN)
Presentiamo alcune delle soluzioni pervenute

Alberto Cornia
Classe 2B,
Liceo scientifico “M. Fanti”
Carpi (MO)

Il testo si può interpretare in due diversi modi: le basi sono AB e CD, oppure esse sono AD e BC.



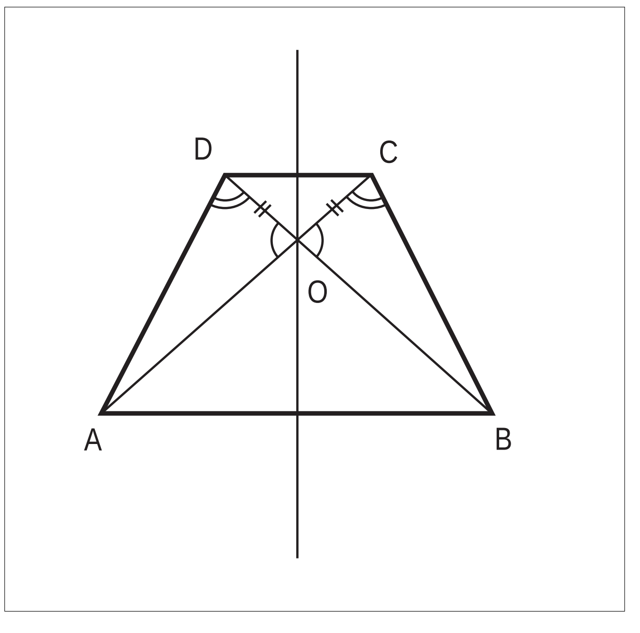
1° CASO
Qualunque sia il tipo di trapezio, i due triangoli sono equivalenti. Infatti, i due triangoli ABD e ABC sono sempre equivalenti perché hanno la stessa base (AB) e la stessa altezza. Sottraendo da ognuno dei due lo stesso triangolo AOB, si ottengono rispettivamente i triangoli AOD e BOC, che quindi sono equivalenti.
Nel caso particolare in cui il trapezio sia isoscele, BOC e AOD sono uguali, perchè hanno:
BC = AD per ipotesi;
gli angoli BOC e DOA uguali perchè opposti al vertice;
gli angoli BCO e ADO uguali perchè appartenenti ai due triangoli uguali ABC e ABD (sono uguali perché hanno AB in comune, DA = BC per ipotesi, angolo DAB = angolo CBA perchè angoli alla base di un trapezio isoscele).



2° CASO
Qualunque sia il tipo di trapezio, i due triangoli sono simili, perché hanno:
angolo BOC = angolo AOD perché opposti al vertice;
angolo CBO = angolo ADO perché alterni interni rispetto alla trasversale BD;
angolo BCO = angolo OAD perché alterni interni rispetto alla trasversale AC.
Essendo i triangoli simili, le loro aree sono in proporzione al quadrato delle basi.

Ludovico Cavedon
2ᴬ E Liceo Scientifico “P. Lioy” - Vicenza

Il problema presenta due soluzioni, a seconda di come sono disposte le lettere ai vertici del trapezio.



AB è una base:
a) Poiché ogni triangolo [trapezio] isoscele è dotato di un asse di simmetria (l’asse delle basi), O appartiene a tale asse. Di conseguenza, per simmetria assiale, OD è congruente ad OC, AD a BC, l’angolo ADO a BCO; quindi i triangoli ADO e BCO sono congruenti e perciò equiestesi.
b) Si può dimostrare che i triangoli ADO e BCO sono equiestesi in qualunque trapezio, anche scaleno. I triangoli ABD e ABC sono equiestesi avendo la stessa base AB e la stessa altezza (quella del trapezio). Poiché le aree AOD = ABD-AOB e BOC = ABC-AOB, allora AOD è equiesteso a BOC, perché differenze di stesse superfici [superfici equiestese].

a) I triangoli AOD e BOC sono simili perché: gli angoli ADB e DBC sono congruenti (alterni interni in due rette parallele BC e AD tagliate da trasversale BD), gli angoli CAD e ACB (per lo stesso motivo), gli angoli BOC e AOD (perchè opposti al vertice).
Poichè i due triangoli isosceli sono simili, il rapporto tra la base e l'altezza relativa è costante; perciò è anche costante il rapporto tra le due altezze e le due basi. Quindi (indicando con A1 e A2 le aree, h1 e h2 le altezze, b1 e b2

A1 = b1 * h1 / 2 ; A2 = b2 * h2 / 2
A1/A2 = (b1 * h1 / 2)*(2 / b2 * h2) ; A1/A2 = b1/b2 * h1/h2 ; A1/A2=(b1/b2)^2
b) In un triangolo [trapezio] scaleno la situazione rimane immutata (eccetto i due triangoli AOD e BOC che non sono più isosceli).

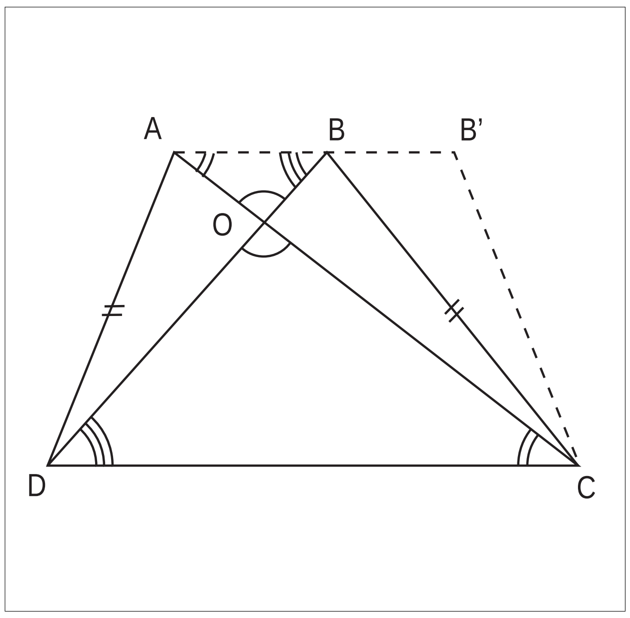
Nota:
Le correzioni al testo sono indicate fra parentesi quadrate.

Paola Mussida
2° Liceo Scientifico Tecnologico
ITIS "A. Cesaris"
Casalpusterlengo (LO)

Nota:
Nelle figure allegate AB e CD sono rispettivamente base minore e base maggiore.
Considero i due triangoli ACD e BCD.
Essi sono congruenti, per il primo criterio di congruenza dei triangoli, in quanto hanno:
- la base CD in comune
- i lati AD e BC congruenti per ipotesi (lati di un trapezio isoscele)
- l'angolo ADC congruente all'angolo BCD.

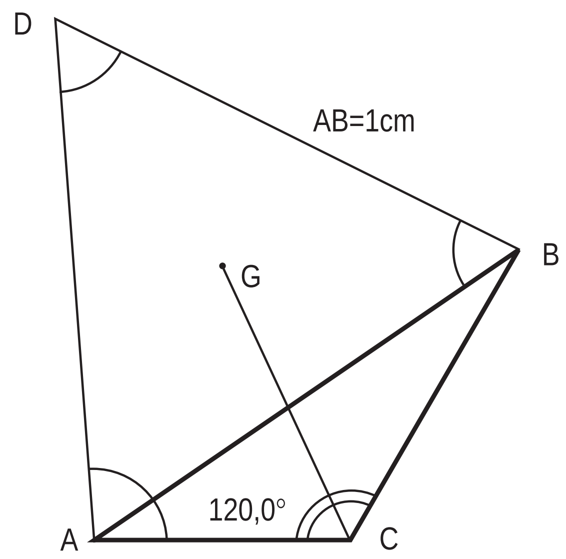
In particolare hanno l'angolo CAD congruente all'angolo DBC.
Considero ora i due triangoli AOD e BOC.
Per il secondo criterio generalizzato dei triangoli, anch'essi sono congruenti, in quanto hanno:
- i lati AD e BC congruenti (sempre per ipotesi)
- l'angolo AOD congruente all'angolo BOC, perchè opposti al vertice
- l'angolo CAD congruente all'angolo DBC (per dimostrazione precedente).

Considero ancora i due triangoli ACD e BCD.
Essi sono equiscomponibili, in quanto hanno la stessa base (DC) e la stessa altezza (distanza fra due rette parallele).
Quindi, i due triangoli AOD e BOC sono equiscomponibili, perchè sono ottenuti da differenze di poligoni equiscomponibili (i due triangoli ACD e BCD, hanno in comune il triangolo DOC).
Modifico ora il quadrilatero, "accorciando" la base minore AB.
Confronto ancora i due triangoli ACD e BCD.
Essi sono ancora equiscomponibili, in quanto hanno la stessa base DC e la stessa altezza.
Anche i due triangoli AOD e BOC sono rimasti equiscomponibili, perché sono ottenuti da differenze di poligoni equiscomponibili.
Modificando il trapezio, le superfici dei due triangoli AOD e BOC, sono perciò rimaste equivalenti.



2 - 16 Febbraio 1998

Il seguente problema è stato proposto in una gara matematica ed è seguito da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E. Una sola di queste risposte è corretta.
Nel triangolo ABC, il lato AB è lungo 1cm e l'angolo ACB misura 120°. Sul lato AB si costruisce un triangolo equilatero ABD avente il vertice D dalla parte opposta di C rispetto alla retta AB.
Detto G il baricentro del triangolo equilatero, dire quanto misura il segmento CG.
(A) radice quadrata di 3, in cm
(B) radice quadrata di 1/3, in cm
(C) radice quadrata di 2, in cm
(D) radice quadrata di 1/2, in cm
(E) i dati del problema sono insufficienti.
Motivate la risposta.
Consigliamo di usare nel Cabri-disegno un segmento AB di lunghezza arbitraria.



Commento

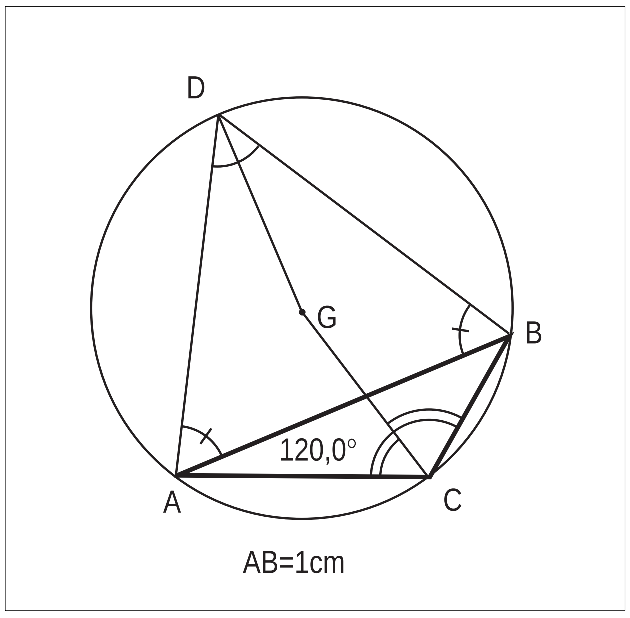
Questo mese abbiamo ricevuto dodici risposte provenienti da dieci scuole di cui tre sono scuole medie inferiori.
In due risposte, inviate da alunni di scuola media inferiore, si risolve il problema solo nel caso particolare in cui il triangolo ABC è isoscele: in una non si considera il caso generale, mentre nell'altra lo si ritiene erroneamente senza soluzione.
La soluzione del problema si basava sulla invarianza del segmento CG al variare del punto C su un arco di circonferenza.
Le rimanenti soluzioni inviate sono state accettate anche se alcune non sono sufficientemente motivate e/o presentano, come al solito, imprecisioni, carenze, errori di battitura.
In quasi tutte le risposte la chiave di volta per la soluzione del problema proposto è stata la condizione di inscrivibilità di un quadrilatero in una circonferenza; il calcolo della lunghezza del segmento CG è stato fatto ricorrendo alle note formule del triangolo equilatero tranne in un caso in cui si è utilizzata la trigonometria.
Le espressioni algebriche che accompagnano le risposte sono talvolta ambigue: noi le abbiamo accettate ugualmente in considerazione del fatto che è difficile, ma non impossibile, scriverle correttamente con un editor che non consente di rappresentare frazioni e radici. In futuro curate quindi anche questo aspetto.
Sono pervenute risposte dalle seguenti scuole:
Scuola Media "L. Benati" di Roverbella, sede staccata - Marmirolo (MN)
Scuola Media "E. Panzacchi" - Ozzano dell'Emilia, (BO)
Scuola Media "Testoni-Fioravanti" - Bologna
ITA "G. Garibaldi" - Cesena (FO)

Liceo Scientifico-Tecnologico “Cesaris” - Casalpusterlengo (LO)
Liceo Scientifico “M. Fanti” - Carpi (MO)
Liceo Scientifico “P. Lioy” - Vicenza
Liceo Scientifico “Majorana” - Torino
Liceo Scientifico “Ulivi” - Parma
È giunta in ritardo una risposta da una alunna della Scuola Media “Il Guercino” di Bologna, non presa in considerazione anche perché contenente un virus!
Presentiamo alcune delle soluzioni pervenute

Soluzioni

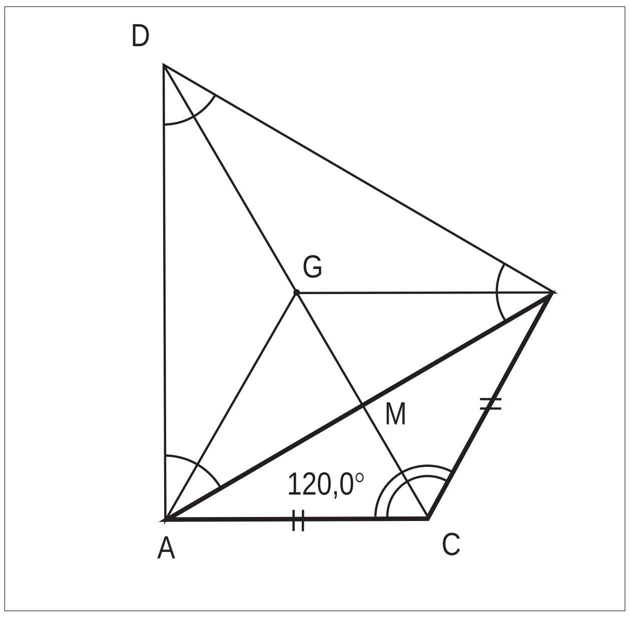
Giovanni Cunberti - classe IIE
Roberto Di Benedetto - classe IIB
Liceo Scientifico Majorana - Torino

La risposta corretta è la (B): radice quadrata di 1/3, in cm. Il quadrilatero ADBC è inscrivibile in una circonferenza, perché i suoi angoli opposti sono supplementari (in quanto l’angolo ACB=120° per ipotesi e ADB=60° perché angolo interno di un triangolo equilatero, e di conseguenza anche ABD+CAD=360° - ACB-ADB=180°).
Essendo G il baricentro del triangolo equilatero ABD, ne è anche il circocentro e siccome per tre punti passa un unica circonferenza, è anche centro della circonferenza che circoscrive il quadrilatero ADBC. Quindi CG è raggio di tale circonferenza, ma essendo il lato di un triangolo equilatero uguale a radice quadrata di tre per il raggio della circonferenza circoscritta, segue che AB=SQRT(3)*CG, da cui CG=SQRT(1/3)*AB, ed essendo AB=1cm si ha CG=SQRT(1/3)cm.



Stefano Pugnetti
Liceo Scientifico “G. Ulivi”, Parma

Ecco la mia risposta:
Se si considera il triangolo ABC isoscele su base AB, il problema è facilmente risolvibile, perchè tale triangolo sarebbe congruente a, per esempio, AGB, cioè a “un terzo” del triangolo equilatero BAD, quindi il vertice C apparterrebbe all’asse di AB, come G; CG risulterebbe uguale alla somma di CM più MG dove M è il punto medio di AB, dove sia GM sia MC sarebbero un terzo dell’altezza del triangolo equilatero: guarda nella seconda immagine che ho mandato. Negli altri casi sarebbe impossibile risolvere se non fosse che la distanza CG è costante: infatti, se si considera la circonferenza circoscritta al triangolo equilatero, l’angolo alla circonferenza che insiste sull’arco ADB è congruente a [Ndr: “è congruente a” va sostituito con “ misura”] 120° perchè tale arco è 2/3 della circonferenza pertanto, dato AB fisso, tutti i triangoli possibili con angolo di 120° e con lato opposto congruente ad AB saranno tali da avere circonferenza circoscritta con centro in G e con raggio GA, quindi anche il triangolo ABC in questione. Pertanto la distanza CG è fissa e uguale a radice di un terzo (soluzione B).
Nota:
La giustificazione di questa affermazione ed il relativo calcolo sono riportate in un file immagine inviato a parte.



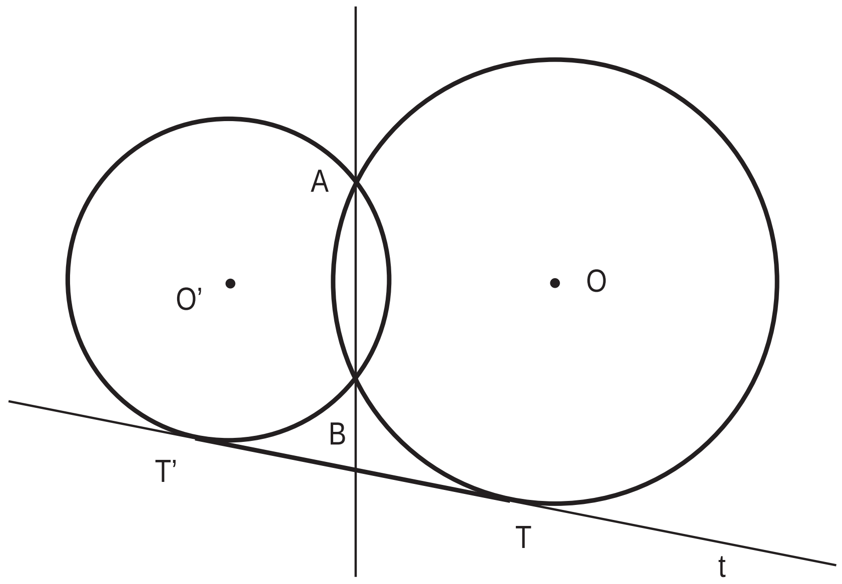
Scuola Media "L. Benati" di Roverbella
Sede Staccata di Marmirolo (MN)

Secondo noi, la risposta esatta è la B. Il quadrilatero ADBC è inscrittibile nella circonferenza di centro G e di raggio GA, in quanto gli angoli opposti sono supplementari. Il segmento CG non varia perché è raggio della circonferenza pertanto è congruente a DG. DG è i 2\3 dell'altezza del triangolo equilatero, perchè il baricentro divide la mediana in due parti tali che una è il doppio dell'altra (nel triangolo equilatero altezze, bisettrici, mediavoli coincidono in un unico punto detto centro del triangolo equilatero). Siccome il triangolo DBH è di 30° - 60° - 90°, DH è uguale a BH per radice quadrata di tre, cioè 1\2*radq3.
Allora DG che è congruente a CG misurerà 1\2*radq3*2\3 cioè radq1\3.

Nota:
*[1\2*radq3] va sostituito con: 1\2*radq(3)*
*[1\2*radq3*2\3 cioè radq1\3] va sostituito con: 1\2*(radq(3))* 2\3 cioè radq(1\3)*

2 - 16 Marzo 1998

Sono date due circonferenze, con raggi diversi, secanti in A e B. Vi chiediamo di:
a) costruire una retta t tangente ad entrambe le circonferenze;
b) detti T e T'i punti di tangenza, dimostrare che la retta AB interseca il segmento TT'nel suo punto medio.
Si accettano anche le risposte alla sola prima parte.



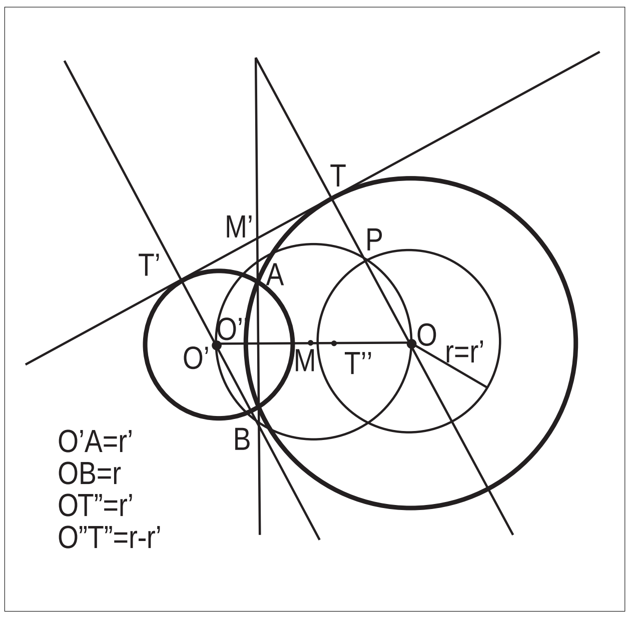
Commento

Abbiamo ricevuto sei risposte al quesito di marzo, provenienti da quattro scuole fra cui una sola media inferiore. Dobbiamo ammettere che il quesito era un po'impegnativo, ma avevamo pensato che, con la collaborazione dell'insegnante di Matematica o di Educazione Tecnica, anche i ragazzi della scuola media inferiore potessero realizzare la costruzione richiesta nella prima parte del problema.
Tale costruzione ha invece rappresentato l'ostacolo maggiore anche per i ragazzi delle scuole superiori.
Ci auguriamo che la difficoltà incontrata non scoraggi la partecipazione alle future "sfide": in fondo attraverso le risposte che presentiamo si ha la possibilità di migliorare la propria conoscenza geometrica.
Fra le risposte pervenute, in quattro sono stati affrontati entrambi i quesiti proposti e in due solo il secondo.
Le scuole che hanno partecipato sono:
Liceo scientifico "G. Ulivi" - Parma
Liceo scientifico "P. Lioy" - Vicenza
Liceo scientifico tecnologico "ITI A. Cesaris" - Casalpusterlengo LO (tre risposte)
SM "L. Benati" di Roverbella, sezione staccata - Marmirolo MN
Ci dispiace per i ragazzi dell'ITG "Rondani" di Parma, che questa volta non hanno potuto partecipare perchè impegnati da verifiche e in una gita scolastica.
Riportiamo qui di seguito le due risposte accolte: la prima per intero, anche se con qualche correzione; della seconda solo la prima parte in quanto presenta una costruzione più completa.

Nota:
Nelle soluzioni abbiamo messo nelle parentesi quadre le correzioni al testo e nelle quadre sottolineate le parti di testo superflue.

Stefano Pugnetti
Liceo Scientifico G. ULIVI, 2F
Parma

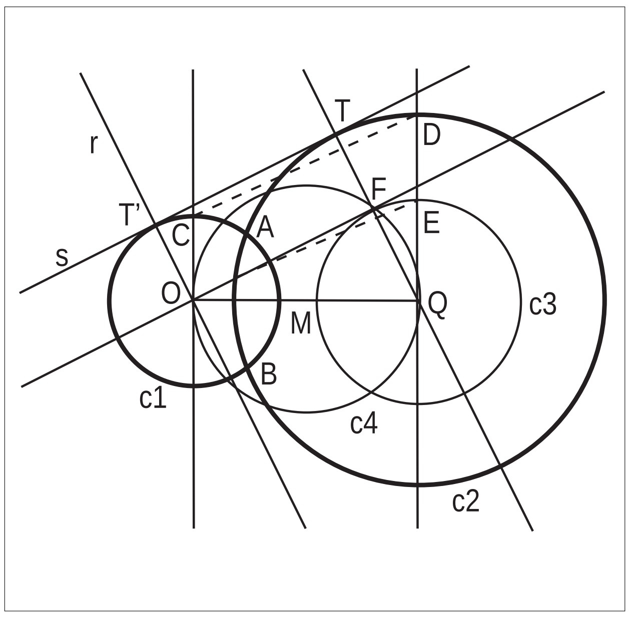
Date due circonferenze di centro O [la maggiore] e O'secanti in A e in B, si congiunga O con O'e si trovi il punto medio del segmento OO', M. Con centro in M e raggio OM si tracci una semicirconferenza tra O e O'; poi si calcoli [costruisca] la differenza tra i due raggi riportando su OO'a partire da O, per esempio, il raggio minore determinando il punto T''; sempre con centro in O e raggio T''O'', come in figura [O''è l'intersezione fra OO'e la circonferenza di centro O], si traccia un arco che intersechi la semicirconferenza tracciata in P. Ora con O e P si determina una retta che incontra in T la circonferenza maggiore. Per O'si traccia la parallela ad OP e si trova sulla seconda circonferenza il punto T'[dalla stessa parte di T rispetto OO']. Infine la retta TT'è la tangente cercata. Infatti, l'angolo OPO'è retto perché inscritto in una semicirconferenza, l'angolo TPO'è retto perchè adiacente ad OPO', e l'angolo PO'T' è retto perché congruente all'angolo OPO'perché angoli alterni interni formati dalle rette OT e O'T'parallele per ipotesi tagliate da una trasversale (PO).
Inoltre per costruzione, OP = OT - O'T', da cui O'T'= OT - OP, ma anche PT = OT - OP, quindi O'T'= PT; dunque il quadrilatero PO'T'T è un parallelogramma, perché ha due lati opposto paralleli e congruenti, ed ha due angoli retti, pertanto è un rettangolo. Gli angoli in T e in T'sono retti, quindi la retta TT'è perpendicolare sia al raggio di una circonferenza che a quello dell'altra, risultando tangente ad entrambe la circonferenza. ripetendo la costruzione con una semicirconferenza dalla parte opposta, si trova l'altra tangente possibile.
Per dimostrare che TM'=M'T', si consideri che M'B è secante ad entrambe le circonferenze, pertanto per il teorema della secante e della tangente, si avrà M'B:M'T'=M'T':M'A osservando una circonferenza, e M'B:TM'=TM':M'A osservando l'altra, da cui TM'=M'T'.



Ludovico Cavedon - 2^{A} E
Liceo Scientifico "P. Lioy"
Vicenza

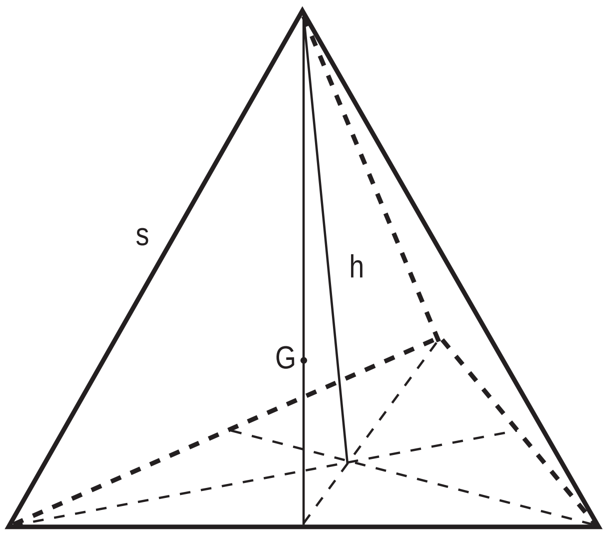
Indico con:
c1 = circonferenza con raggio minore
c2 = circonferenza con raggio maggiore
O = centro di c1
Q = centro di c2
C = il punto di intersezione tra c1 ed il raggio di c1 perpendicolare a OQ
D = il punto di intersezione tra c2 ed il raggio di c2 perpendicolare a OQ
dalla stessa parte di C rispetto a OQ

1) Prendere un punto E su DQ tale che CO = DE. Tracciare la circonferenza c3 di centro Q e raggio QE. Con centro punto medio M di OQ tracciare una circonferenza c4 di raggio MQ, che interseca c3 in F. La retta per O e F risulta tangente a c3 e quindi [in quanto] perpendicolare a QF (avendo costruito un triangolo rettangolo OQF [: la mediana è congruente a metà ipotenusa]). Da O tracciare una retta r parallela a QF. La retta per Q e F interseca c2 in T. FT risulta, per costruzione, congruente a DE. Da T tracciare la retta s parallela a OF, perpendicolare, quindi, a QT e tangente a c2, e che interseca la retta r in T'. Prendendo in esame il rettangolo T'OFT (perchè i lati sono paralleli per costruzione) si ha:
T'O=TF ; TF=DE ; DE=CO ; T'O=CO, quindi T'O è raggio di c1, T'appartiene a c1 ed è anche punto di tangenza perchè T'T è perpendicolare a T'O.



6 - 20 Aprile 1998

Dato un tetraedro regolare di spigolo s, calcolarne l'altezza h.
Se c è la circonferenza circoscritta ad una faccia del tetraedro, esiste un poligono regolare inscritto in c il cui lato sia uguale ad h?
Giustificare la risposta.
I ragazzi della scuola media inferiore possono assegnare a s un valore numerico.



Commento

Questo mese abbiamo ricevuto quindici risposte provenienti da undici scuole di cui tre sono scuole medie inferiori. Una sola risposta contiene una affermazione errata (le corde non sono proporzionali agli archi da esse sottesi!), tutte le altre sono state accettate anche se risolte in maniera un po' complicata e se in alcune permangono ancora imprecisioni nella esposizione e/o carenze nelle motivazioni. C'è chi confonde l'uso dei termini "inscritto" e "circoscritto" e chi cita Euclide anzichè Pitagora!
Vi invitiamo inoltre a non usare caratteri di scrittura fantasiosi o di formato "gigantesco": oltre a rendere meno leggibili le risposte rendono più complicata la lettura dei vostri file.
Le scuole che hanno partecipato sono:
- Liceo scientifico "G. Ulivi" - Parma (tre risposte);
- Liceo scientifico "P. Lioy" - Vicenza;
- Liceo scientifico tecnologico "ITI A. Cesaris" - Casalpusterlengo (LO) (tre risposte);
- Liceo scientifico "B. Varchi" - Montevarchi AR;
- Liceo scientifico "Fanti" - Carpi (MO);
- Liceo scientifico "G.B Scorza" - (CS)
- ITAS "F. Eredia" - Catania;
- ITG "Rondani" - Parma
- SM "L. Benati" di Roverbella, sezione staccata - Marmirolo (MN);
- SM "Testoni Fioravanti" - Bologna;
- SM "Salvo D'Acquisto" - Bologna.

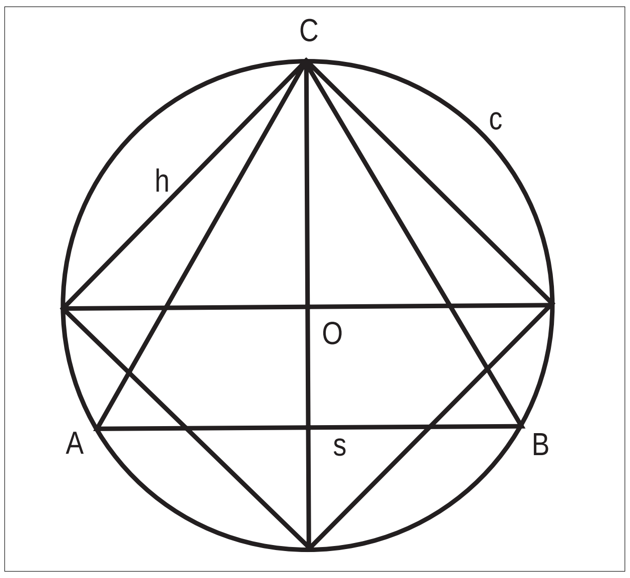
Ecco l'elenco delle soluzioni scelte:
- "Laboratorio Metamatematica", Liceo Scientifico "B. Varchi";
- Federica Mazzarelli, Myriam Piluso, Antonio Guaraschi, Fabiola Forino, 2G, Liceo Scientifico "G.B. Scorza";
- Stefano Pugnetti, 2F, Liceo Scientifico "G. Ulivi";
- Spampinato Riccardo, Lo Certo Luigi, 2C, ITAS "Filippo Eredia";
- C. Falcioni, R. Mengoli, A. Paccapelo, I. Rizzo, J.Zingoni, 3C SM "Testoni Fioravanti";

- Classe 3°D, Scuola Media “Benati”, Roverbella sez. staccata di Marmirolo (CN).
Nota:
Nelle soluzioni abbiamo messo nelle parentesi quadre le correzioni al testo e nelle doppie quadre le parti di testo superflue.
Riportiamo di seguito le ultime due soluzioni menzionate essendo le uniche giunte in formato testo; per le altre utilizzare il collegamento ipertestuale

Soluzioni

Ludovico Cavedon - 2E
Liceo Scientifico “P. Lioy” - Vicenza
(Abbiamo aggiunto qualche parentesi tonda per una più corretta lettura del testo)

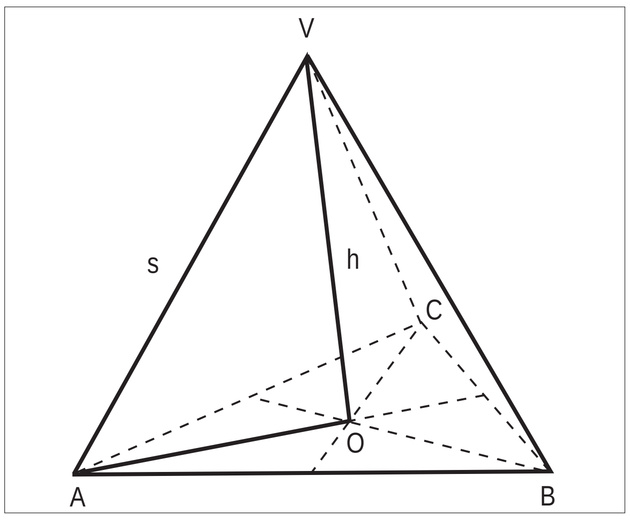
***L’altezza del tetraedro è: ((radq 6) /3) *s.
In un tetraedro regolare l’altezza cade nel punto O, centro della circonferenza circoscritta e intersezione delle mediane, bisettrici, altezze [[e assi]] della base (essendo questa un triangolo equilatero). Poiché il baricentro divide le mediane in due parti, una il doppio dell’altra, si ha che:
- la mediana AM = ((radq 3)/2)*s -AO = (2/3)*AM = ((radq 3)/3)*s
Definito V come vertice opposto alla base, si applica il teorema di Pitagora al triangolo AVO:
- h = radq(s^2 - AO^2) = radq(s^2 - (3/9)*s^2) = radq(s^2 - (1/3)*s^2) = radq((2/3)*s^2) = ((radq 2)/(radq 3))*s = ((radq 6)/3)*s
***Esiste un poligono, un quadrato, inscritto in c ed il cui lato è uguale ad h. Il diametro della circonferenza c è AO*2, essendo quest’ultimo il raggio:
- diametro = AO*2 = (2/3)*(radq 3)*s



Inscrivendo un quadrato in c, questo poligono ha il diametro come diagonale, perciò, definendo [indicando con] l il lato:
- l = diametro/(radq 2) = ((2/3) *(radq 3)/(radq 2))*s=
= [(2/3)*(radq 3)*(radq 2)/2]*s = ((radq 6)/3)*s
Da ciò risulta che l = h.

Classe 3°D, Scuola Media “Benati”
Roverbella,
sezione staccata di Marmirolo (MN)
(Abbiamo aggiunto qualche parentesi tonda per una più corretta lettura del testo)

Il tetraedro è formato da quattro triangoli equilateri, in figura abbiamo rappresentato lo sviluppo sul piano, con l’insegnante di Ed. Tecnica abbiamo realizzato un modellino di cartoncino avente lo spigolo di 10 cm, dopodiché tra calcoli e osservazioni siamo pervenuti alla seguente conclusione.
L’altezza di un triangolo equilatero è uguale all’apotema del tetraedro, essa divide lo spigolo in due parti uguali formando due triangoli [con angoli interni] di 30° - 60° - 90°. L’apotema del tetraedro è il cateto maggiore quindi a=s/2*radq (3).
Il raggio r della circonferenza inscritta, del [nel] triangolo equilatero di base, è 1/3 della sua altezza, quindi r = s/6*radq(3) (il baricentro divide l’altezza in due parti, una il doppio dell’altra).
L’apotema, l’altezza del tetraedro e il raggio della circonferenza inscritta sono rispettivamente ipotenusa, cateto maggiore e cateto minore di un triangolo rettangolo, dun-

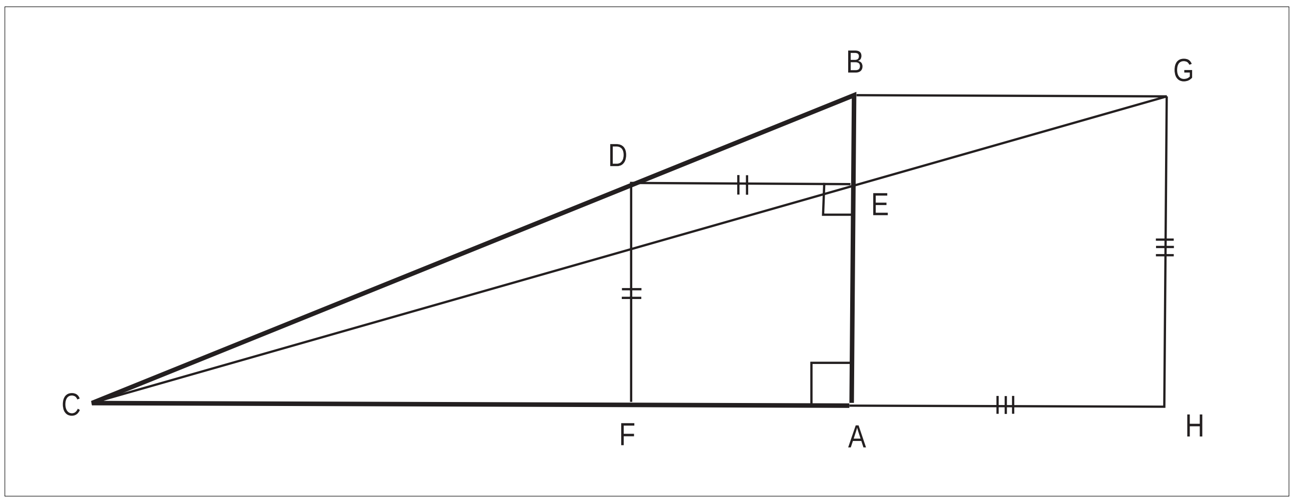


que applicando il teorema di Pitagora si calcola l’altezza h = s/3*radq(6).
E’ possibile inscrivere in c un quadrato avente il lato uguale ad h. Abbiamo osservato che la diagonale del quadrato è uguale al diametro della circonferenza circoscritta al triangolo equilatero, ci siamo calcolati d in funzione di s, risulta d = 2*(s/3)*radq3 e infine il lato del quadrato dividendo d per radq(2) verificando, per via algebrica, che l = (s/3)*radq(6).

4 - 18 Maggio 1998

Dato un triangolo ABC, rettangolo in A:
- inscrivere in esso il quadrato AEDF con il vertice E su AB ed F su AC;
- costruire il quadrato ABGH, esterno al triangolo, con il vertice G opposto al vertice A.

a) Motivare la costruzione della figura.
b) Qual è il legame che intercorre tra i punti C, E, G?
c) Giustificare la risposta alla domanda (b).
I ragazzi della scuola media inferiore non sono tenuti a rispondere alla domanda (c)



Commento

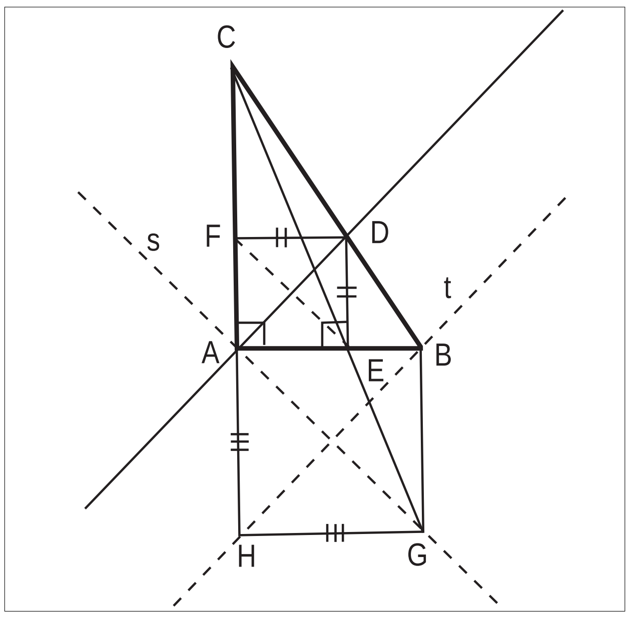
Questo mese abbiamo ricevuto dieci risposte provenienti da nove scuole di cui due sono scuole medie inferiori.
Due risposte sono errate in quanto contengono affermazioni che suppongono già l'appartenenza di E alla retta CG (non è possibile affermare che gli angoli CEA e BEG sono congruenti "perché opposti al vertice" se i punti C, E, G non si trovano già sulla stessa retta; non si può considerare il triangolo HGC supponendo che il lato CG contenga già il punto E).
Altre due risposte non sono state accettate: una, pur essendo interessante perchè utilizza la geometria delle trasformazioni, purtroppo non giustifica in modo esauriente l'appartenenza di G alla retta EC; l'altra perché utilizza inutilmente lunghi e pesanti calcoli algebrici anziché individuare la proprietà geometrica del quesito posto nel punto b) del problema.
Le rimanenti risposte sono state accolte anche se in alcune vi sono delle imprecisioni.
Abbiamo scelto di riportare la risposta del gruppo B della classe 3D, Scuola Media "Benati" di Roverbella sulla prima parte del problema e la seconda parte della risposta inviata da due ragazzi della 2C del Liceo scientifico "G.B.Scorza" di Cosenza.
Le scuole che hanno partecipato sono:
ITIS "A. Cesaris" - Casal Pusterlengo (LO);
Liceo scientifico "G.B. Scorza" - Cosenza;
Classe 3°D Scuola Media Benati, Roverbella sez. staccata - Marmirolo (MN);
Scuola Media "Testoni-Fioravanti" - Bologna;
ITG "G. Rondani" - Parma;
Liceo Scientifico "P. Lioy" - Vicenza;
Liceo scientifico "Ulivi" - Parma;
Liceo scientifico "B. Varchi" - Montevarchi (AR);
Liceo scientifico "Galilei" - Adria (RO).

Nota:
Nelle soluzioni abbiamo messo nelle parentesi quadre le nostre aggiunte o correzioni al testo originale e tra doppie quadre le parti di testo superflue.

Ecco le soluzioni scelte

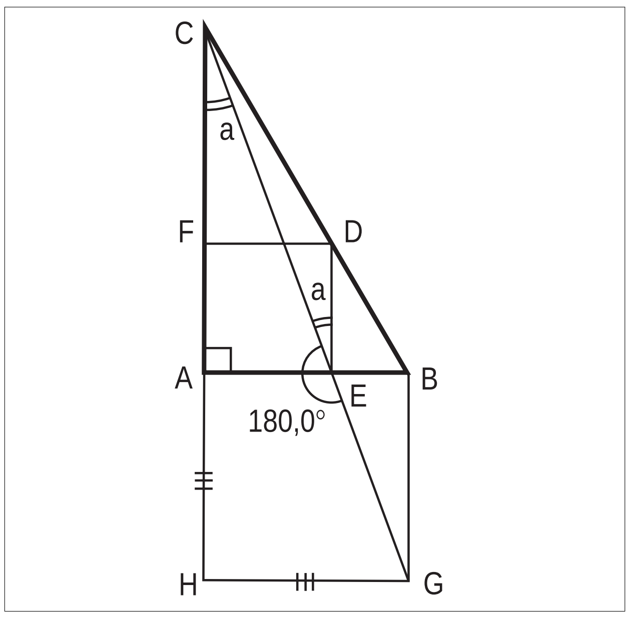
S.M. “Benati” di Roverbella,
s.s. di Marmirolo (MN),
Classe 3D Gruppo B

Prima parte:
Abbiamo inscritto il quadrato ADFE in questo modo:
Si traccia la bisettrice dal vertice A , essa interseca l’ipotenusa nel punto D. Si mandano le perpendicolari dal punto D ai lati CA e AB, ottenendo rispettivamente i punti F ed E, il quadrilatero AEDF è un quadrato perché ha 4 angoli retti e la diagonale è bisettrice (per costruzione). L’altro quadrato è stato costruito tracciando da A la parallela (s) ad FE e da B la parallela (t) ad AD.
Prolungando il alto AC dalla parte di A si indica con H il punto d’intersezione tra il prolungamento e t. Si manda per B la perpendicolare ad AB e si indica con G l’intersezione tra s e la perpendicolare. ABGH è un quadrato perché ha le diagonali perpendicolari (essendo parallele alle diagonali di AEDF) e [bisettrici degli] angoli [HAB e ABG] retti per costruzione.
Seconda parte:
I punti C,G,E appartengono tutti e tre alla stessa retta cioè sono allineati.



Gabriele Zaccaria, Giorgio Tesoniero
classe 2°C - Liceo Scientifico “G.B.SCORZA”
Cosenza

Si sa che gli angoli DEC e ECA sono uguali perché alterni interni rispetto alle parallele AC ed ED tagliate dalla trasversale EC. Per comodità si indica l’angolo DEC con a.
Se l’angolo DEC è a, l’angolo AEC è uguale all’angolo [[retto]] AED-a e pertanto esso è 90°-a.
I triangoli EDB e ACB sono simili perché sono retti e hanno l’angolo ABC in comune. Quindi deduciamo che AC:ED=AB:EB=CB:DB. I triangoli BGE e ACE sono simili. [Infatti] si prende in esame la proporzione AC:ED=AB:EB. Si sa che ED=EA e AB=GB perché lati di quadrati.
Sostituendo alla proporzione presa in esame i segmenti EA e GB al posto rispettivamente dei segmenti ED e AB si ottiene: AC:EA=GB:EB.
Così trovati i due lati proporzionali e gli angoli uguali EAC ed EGB perché retti, si dimostra che i triangoli BGE e ACE sono simili e quindi avranno gli angoli ordinatamente uguali, in particolare sarà BEG=CEA=90°-a. Così si dimostra che i punti G, E, C sono allineati perché l’angolo GEC è piatto. Infatti esso è costituito dalla somma dei seguenti angoli:
DEC(a)+BEG(90°-a)+BED(90°) = 180°
[DEC+BEG+BED = a + 90°-a + 90° = 180°]



p

Il bilancio del primo anno di attività è stato soddisfacente, non tanto per la quantità delle scuole coinvolte, quanto per la loro varietà e dislocazione. Come si può osservare nella mappa allegata all'inizio del fascicolo, le scuole che hanno partecipato sono ventuno, distribuite su tutto il territorio nazionale, anche se la maggiore concentrazione è nella regione dove opera l'IRRSAE-ER.
Riportiamo di seguito una tabella che sintetizza la frequenza della partecipazione da parte delle scuole:

	Scuola	Frequenza
MEDIE INFERIORI	"L. Benati" di Roverbella, sez.st. di Marmirolo (MN)	❖❖❖❖❖❖❖
	"Salvo díAcquisto" - Bologna	❖❖❖❖
	"Panzacchi " - Ozzano (BO)	❖❖❖❖
	"Testoni-Fioravanti" - Bologna	❖❖❖
	"Jussi"- S.Lazzaro (BO)	❖❖
	Istituto Comprensivo - Novi di Modena (MO)	❖
ISTITUTI TECNICI	ITG "G. Rondani" - Parma	❖❖❖❖❖❖❖
	ITI "A. Cesaris" - Casal Pusterlengo (LO)	❖❖❖❖
	IT Agrario "G. Garibaldi" - Cesena (FO)	❖❖
	ITI "E. Fermi" - Mantova	❖❖
	ITI "Euganeo" - Este (PD)	❖
	ITC "L.Einaudi" - S.G. Persiceto (BO)	❖
	IT Agrario "F. Eredia" - Catania	❖
LICEI SCIENTIFICI	"M. Fanti" - Carpi (MO)	❖❖❖❖❖❖
	"P. Lioy" - Vicenza	❖❖❖❖❖❖
	"Ulivi" - Parma	❖❖❖❖
	"Majorana" - Torino	❖❖
	"B. Varchi" - Montevarchi (AR)	❖❖
	"G.B Scorza" - Cosenza	❖❖
	"Francesco d'Assisi" - Roma	❖
	"Galilei"- Adria (RO)	❖

Si può immediatamente notare, dalla tabella riportata, che la partecipazione è stata complessivamente più elevata nella scuola superiore, però desideriamo segnalare la scuola media di Marmirolo (MN) per aver comunque partecipato sette volte su otto, coinvolgendo sempre nell'attività tutta una classe terza.
Per motivare la partecipazione sia dei "piccoli" che dei "grandi" abbiamo alternato problemi semplici ad altri più impegnativi, o differenziato la difficoltà delle domande nello stesso problema.
Lo scopo dell'attività non è quello di premiare i "più bravi", ma di suscitare l'interesse dei ragazzi, coinvolgendoli in un "gioco" che consente loro di confrontarsi in tempi brevi con compagni molto lontani attraverso la presentazione dei diversi tipi di soluzioni pervenute.

Ringraziamenti

Le curatrici del presente resoconto sull'attività di Flatlandia desiderano ringraziare:
Anna Maria Arpinati e Valerio Mezzogori, per avere progettato e promosso questa attività;
Consolato Pellegrino per il prezioso apporto delle sue competenze disciplinari nella scelta dei problemi e nella correzione degli elaborati;
Alberto Mingardi e Camillo Sigismondi per la loro collaborazione alla stesura del volumetto;
il Consiglio Direttivo dell'IRRSAE Emilia Romagna per avere approvato l'attività e messo a disposizione i mezzi dell'Istituto per la sua riuscita.

"... bisognerà, e questo è ciò che sommamente importa, che ogni giorno gli scolari facciano deduzioni e soluzioni da sè; non si costringano alla sola parte passiva dello ascoltare e ripetere le cose dette dal maestro, ma si facciano concorrere attivamente allo svolgimento di cose nuove; in questo modo e non altrimenti si riuscirà ad accendere in essi l'amore allo studio".

Luigi Cremona (*)

(*) Dalla "Prefazione" agli Elementi di geometria proiettiva (Torino, 1873).

FLAT*land a*, geometr a on-l ne

L'IRRSAE dell'Emilia Romagna
si è trovata già in linea con le direttive
presenti nella circolare n.196 (Prot. N.1234)
del 24 Aprile '98 avente come oggetto:
"Programma di sviluppo
delle tecnologie didattiche.
Indicazioni operative e finanziamenti
per il 1998", nella quale il MPI parla di
"... servizi ed iniziative specificamente
rivolte al mondo della scuola".
L'IRRSAE, valendosi dell'apporto di
operatori interni e di collaboratori
esterni all'Istituto, ha proposto
questo servizio in rete, rivolto a docenti
ed alunni che si interessano di matematica.
Il servizio, promosso nell'anno scolastico
'97/'98, ha visto l'adesione iniziale
di ventuno Istituzioni Scolastiche.
Nel presente quaderno il resoconto dell'attività.

I.R.R.S.A.E. Emilia Romagna - Sezione Scuola Media

Supplemento al n. 3 maggio - giugno 1998, di INNOVAZIONE EDUCATIVA bollettino bimestrale dell'Istituto Regionale di Ricerca, Sperimentazione, Aggiornamento Educativi dell'Emilia Romagna. Registrazione Trib. Bo n. 4845 del 24-10-1980. Direttore resp. Giancarlo Cerini, proprietà IRRSAE - Emilia-Romagna.