

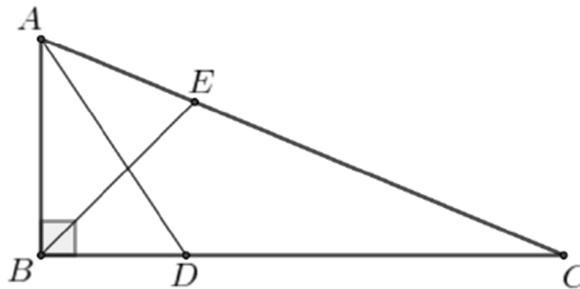
## Flatlandia – Problema di febbraio 2024 - Commento alle soluzioni ricevute

### Il testo del problema

#### Flatlandia - Problema 5 - 26 febbraio 2024

Dato un triangolo  $ABC$ , rettangolo in  $B$ , tracciare le bisettrici  $AD$  e  $BE$  rispettivamente degli angoli in  $A$  e in  $B$  (vedi figura).

Sapendo che  $AE$  misura 5 ed  $EC$  misura 12, determinare il rapporto tra  $AB$  e  $BD$ .



### Commento

Il problema poneva un quesito su un triangolo rettangolo in cui erano tracciate due sue bisettrici, una delle quali era quella dell'angolo retto. Si chiedeva di determinare il rapporto tra due segmenti così individuati.

Le risposte arrivate sono tutte esatte e fanno uso, correttamente, del teorema della bisettrice. In alcune risposte notiamo una certa stringatezza, laddove qualche passaggio in più sarebbe stato utile per una migliore comprensione.

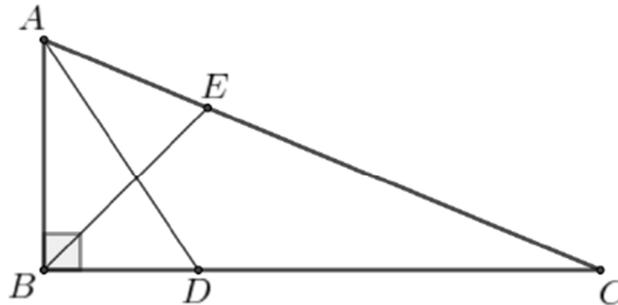
Abbiamo ricevuto 4 risposte da studenti di liceo scientifico delle seguenti scuole:

- I.I.S. "Taramelli-Foscolo", Pavia.
- Liceo Scientifico Calini, Brescia, 2 risposte
- I.I.S. "Primo Levi", Badia Polesine (RO)

**Nota.** Nelle soluzioni riportate, le correzioni, le aggiunte o i commenti sono scritti fra parentesi quadre. Con doppia parentesi quadra vengono indicate le parti omesse.

## Soluzioni arrivate

1) Problema svolto da Matteo Liscidini, Classe 2E, I.S. "Taramelli-Foscolo", Pavia



Dati:

$$AE = 5$$

$$EC = 12$$

$$BAD = DAC$$

$$ABE = EBC = 45^\circ$$

$$[[BAC]] [ABC] = 90^\circ$$

Svolgimento:

Per il Teorema della bisettrice (considerando la bisettrice di  $[[BAC]] [ABC]$  nel triangolo  $ABC$ )

$$) \frac{AB}{BC} = \frac{5}{12} \text{ e per il Teorema di Pitagora } 17^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{AB}{BC} = \frac{5}{12} \\ 17^2 = AB^2 + BC^2 \end{cases}$$

Risolvendo il sistema si ottiene che  $BC = \frac{204}{13}$  e che  $AB = \frac{85}{13}$

Inoltre:

per il Teorema della bisettrice (considerando la bisettrice di  $[[ABC]] [BAC]$  nel triangolo  $ABC$ )

$$) \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{85}{13} \cdot \frac{1}{17} = \frac{BD}{DC} \text{ e per costruzione (poich\u00e9 } B, D \text{ e } C \text{ sono allineati e formano il lato } BC$$

$$) BC = BD + DC \Rightarrow BD + DC = \frac{204}{13}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{85}{13} \cdot \frac{1}{17} = \frac{BD}{DC} \\ BD + DC = \frac{204}{13} \end{cases}$$

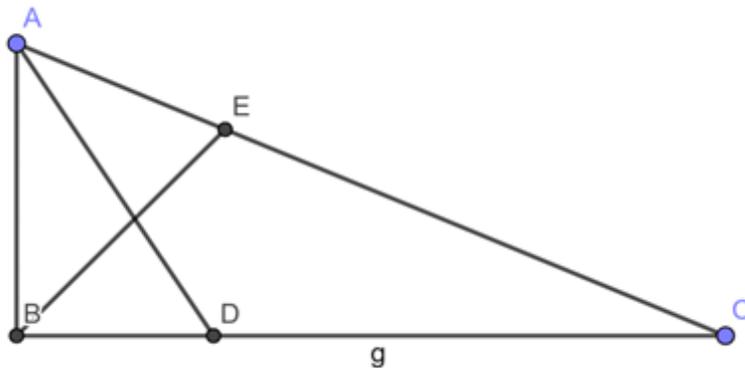
Risolvendo il sistema si ottiene che  $DC = \frac{34}{3}$  e che  $BD = \frac{170}{39}$

Per trovare il rapporto tra  $AB$  e  $BD$ , quindi, basta fare:

$$\frac{AB}{BD} = \frac{85}{13} \div \frac{170}{39} = \frac{85}{13} \cdot \frac{39}{170} = \frac{3}{2}$$

Risposta: il rapporto tra  $AB$  e  $BD$  è uguale a  $\frac{3}{2}$ .

2) Problema svolto da Matteo Coppi, Classe 3N, Liceo Scientifico “Calini”, Brescia



Sapendo che  $AE=5$  ed  $EC=12$  per il teorema della bisettrice sappiamo che anche il rapporto tra AB e BC sarà  $5/12$  e quindi possiamo definire AB come  $5x$  e BC come  $12x$  (in cui  $x$  può essere un qualsiasi numero reale).

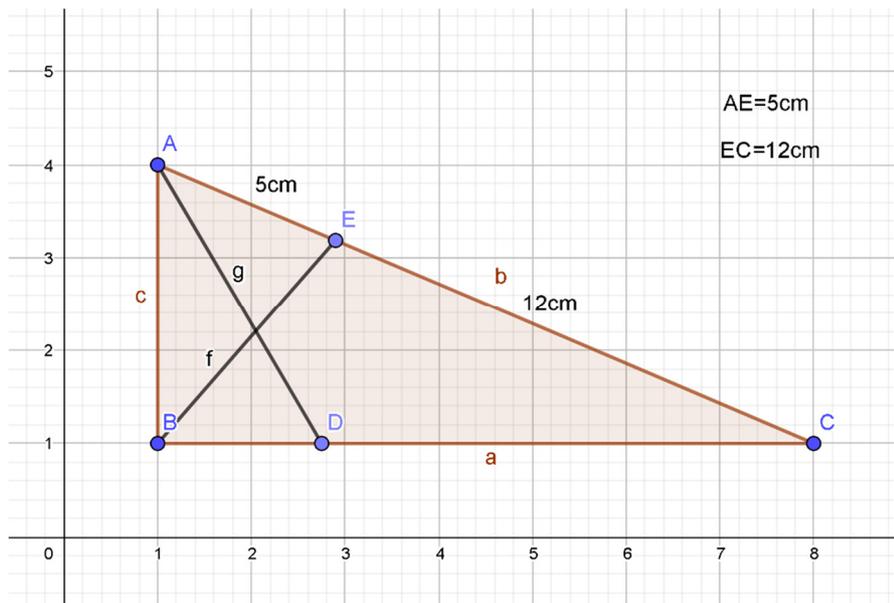
Ora applicando il teorema di Pitagora possiamo trovare AC in funzione di  $x$ :

$$AC=(25x^2+144x^2)^{1/2}=13x$$

Ora per il teorema della bisettrice possiamo trovare il rapporto tra BD e CD che è uguale al rapporto tra AB e AC [(che è  $5/13$ )] quindi [(usando la proprietà del comporre)]  $BD=(5*BC)/13$  ed essendo  $BC=12x$ , BD sarà uguale a  $10x/3$ .

Infine possiamo trovare il rapporto tra AB e BD:  $(3*5x)/10x = 3x/2x = 3/2$ .

3) Problema svolto da Diego Gattinara Aursulesei e Alessio Burgio, 3A LS  
opzione Scienze Applicate, I.I.S. P. Levi, Badia Polesine (RO)



1- teorema di Pitagora  $AC^2=AB^2+BC^2$

2- teorema bisettrice dell'angolo ABC  $\rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{AB}{BC} \rightarrow AB = \frac{5}{12} BC$

3-riprendiamo il teorema di Pitagora  $\rightarrow (\frac{5}{12} BC)^2 + BC^2 = AC^2 \rightarrow AC^2 = \frac{169}{144} BC^2$

4-risolviamo ottenendo che  $BC = \frac{12}{13} AC$   $AC = 17$

5- se  $BC = \frac{12}{13} AC$  allora  $AB = \frac{5}{12} * \frac{12}{13} AC = \frac{5}{13} AC \rightarrow AB = \frac{5}{13} AC$

6-usiamo la proporzione  $BD:DC=AB:AC$  utilizzando la proprietà del comporre applicabile nelle proporzioni [mancano alcuni passaggi ]

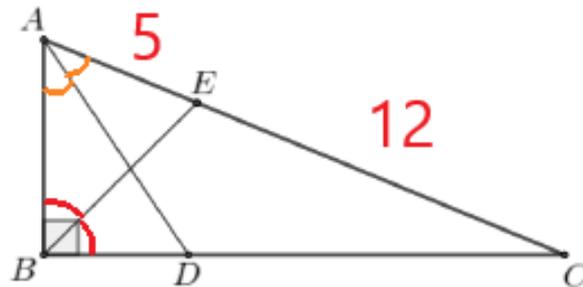
$$\frac{(BD+DC)}{BD} = \frac{(AB+AC)}{AB} \rightarrow BD = \frac{12}{13} AC * \frac{5}{13} AC : \frac{18}{13} AC = \frac{12}{13} AC * \frac{5}{13} AC * \frac{13}{18 AC} = \frac{10}{39} AC$$

7-eseguendo I calcoli otteniamo che  $BD = \frac{10}{39} AC$

8-infine  $\frac{AB}{BD} = \frac{\frac{5}{13}AC}{\frac{10}{39}AC} \rightarrow \frac{5}{13} \text{ [[AC]]} * \frac{39}{10} \text{ [[AC]]} \rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{3}{2}$ . [scrittura errata, meglio

togliere AC]

4) Problema svolto da Davide Averoldi, classe 5N, Liceo Calini, Brescia



Considero i due segmenti  $AB$  e  $BC$ :

- Per il teorema di Pitagora  $AB^2 + BC^2 = CA^2$
- Per il teorema della bisettrice  $AB : BC = AE : EC$

Sostituisco  $CA = AE + EC = 5 + 12 = 17$  nella prima e  $AE : EC = 5 : 12$  nella seconda, quindi risolvo:

$$AB^2 + BC^2 = 17^2$$

$$AB : BC = 5 : 12$$

Dalla seconda:  $AB = \frac{5}{12}BC$

$$\begin{aligned} \text{Sostituendo nella prima: } \left(\frac{5}{12}BC\right)^2 + BC^2 &= 17^2 \\ \rightarrow \left(\frac{5^2}{12^2} + 1\right) BC^2 &= 289 \end{aligned}$$

cioè  $BC = \sqrt{\frac{12^2 \cdot 17^2}{169}}$  con cui:

$$\begin{cases} BC = 12 \cdot \frac{17}{13} \\ AB = 5 \cdot \frac{17}{13} \end{cases}$$

Considero ora i due segmenti  $BD$  e  $DC$ :

- Essendo allineati  $BD + DC = BC$
- Per il teorema della bisettrice  $BD : DC = AB : AC$

Sostituisco  $BC = 12 \cdot \frac{17}{13}$ ;  $AB = 5 \cdot \frac{17}{13}$ ;  $AC = 17$  e risolvo:

$$\begin{cases} BD + DC = 12 \cdot \frac{17}{13} \\ BD : DC = 5 : 13 \end{cases}$$

Dalla seconda:  $BD = \frac{5}{13}DC$

Sostituendo nella prima:  $(\frac{5}{13} + 1) DC = 12 \cdot \frac{17}{13}$

$$\rightarrow DC = \frac{12 \cdot 17}{18}$$

e infine  $BD = \frac{5 \cdot 12 \cdot 17}{13 \cdot 18}$  [occorreva semplificare !]

Allora il rapporto richiesto vale:

$$\frac{AB}{BD} = 5 \cdot \frac{17}{13} / \frac{5 \cdot 12 \cdot 17}{13 \cdot 18} = \frac{5 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 18}{5 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 17} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$