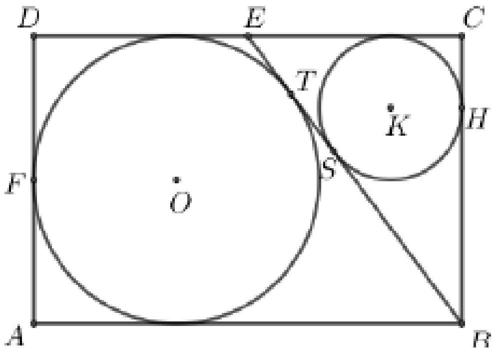
# FLAT*landia*

Rubrica mensile di problemi di geometria per studenti della Scuola secondaria

## Flatlandia – Problema – 10 - 31 ottobre 2022 - Commento alle soluzioni ricevute

### Il testo del problema

Nel rettangolo $ABCD$ si traccia un segmento $BE$, con $E$ punto sul lato $CD$ tale che sia possibile iscrivere un cerchio, di area $4\pi$, nel trapezio $ABED$ e un secondo cerchio, di area $\pi$, nel triangolo $BCE$ (vedi figura).
Determinare l'area del rettangolo $ABCD$.
Motivare la risposta.




### Commento

Abbiamo ricevuto 8 risposte, prevalentemente da classi seconde e terze di Licei Scientifici e di un Istituto Tecnico.

Il problema poneva un quesito relativo a due cerchi costruiti all'interno di un rettangolo e ad un segmento tangente ad entrambi (vedi figura). Conoscendo le aree dei cerchi era richiesto di determinare l'area del rettangolo.

Le risposte arrivate sono tutte sostanzialmente corrette ed evidenziano una buona padronanza sia di metodi algebrici che di risultati geometrici. Notiamo però una certa incuria nella scrittura delle soluzioni, laddove una semplice rilettura avrebbe evitato molti errori nell'indicazione di segmenti (al posto di altri).

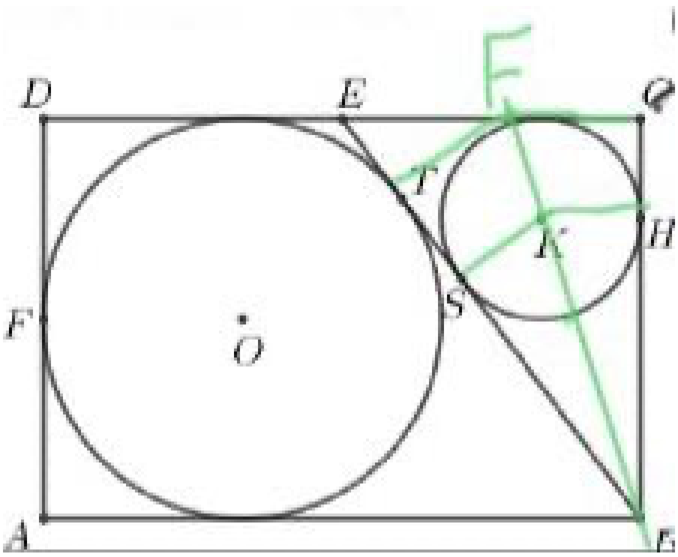
Sono pervenute risposte da studenti delle seguenti scuole (in ordine di arrivo):
-Liceo Scientifico "Darwin", Roma
-Istituto Superiore "Gobetti" Scandiano (RE)
-Liceo Morgagni, Roma
-ITST Marconi, Campobasso
-Liceo Scientifico A. Pacinotti, Cagliari
-Liceo Scientifico Barsanti e Matteucci, Viareggio (LU)
-Liceo B. Russell, Indirizzo Scientifico-Scienze Applicate, Cles (TN), 2 soluzioni.

**Nota**. *Nelle soluzioni riportate, le correzioni, le aggiunte o i commenti sono scritti fra parentesi quadre. Con doppia parentesi quadra vengono indicate le parti omesse.*

**Soluzioni arrivate**

**1) Soluzione inviata da Francesco Ferraro, Alberto Giudici, Alessandro Feliciangeli, Maria Antonietta Corrarello3BL, Liceo Scientifico Charles Darwin Roma**

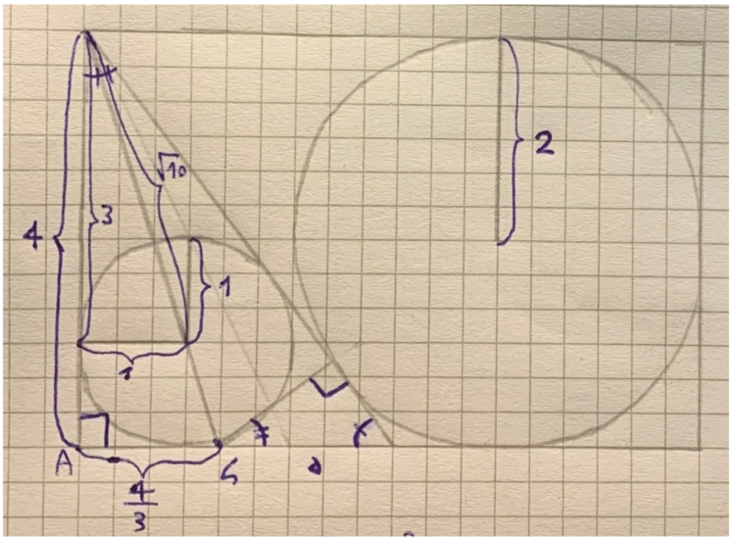
Presentiamo per il seguente problema due dimostrazioni:




Iniziamo ricavando i raggi delle due circonferenze, $\sqrt{\frac{4\pi}{\pi}}$ e $\sqrt{\frac{\pi}{\pi}}$, rispettivamente 2 e 1. Dopodiché tracciamo la semiretta passante per B e K, che interseca CD nel punto F (vedi figura). A questo punto conosciamo i lati BC=AD=4, OF=2, KH=CH=1 e BH=BC-CH=4-1=3. Sapendo BH e KH possiamo trovare BK con il teorema di Pitagora: $BK=\sqrt{(3^2+1^2)} = \sqrt{10}$. Il prossimo passaggio consiste nel dimostrare che i triangoli BHK e BCF sono simili: sappiamo che hanno un angolo in comune, ovvero l'angolo HB^K=CB^F, l'angolo KH^B è uguale all'angolo FC^B, entrambi angoli retti (il primo è dato da una tangente che passa per quella circonferenza mentre il secondo è l'angolo di un rettangolo); HK^B = CF^B perché è già stata verificata l'uguaglianza delle altre due coppie di angoli. Dopo aver posto il punto F, sappiamo anche che l'altezza del triangolo BFE relativa a EB (da qui chiamerò il punto su cui cade quest'altezza G) è uguale a FC, perché il triangolo [BFG] [[BFE]] è congruente al triangolo BCE, per il secondo criterio di congruenza (FG^B=FC^B perché EB e BC sono tangenti alla circonferenza di centro K, FB è in comune e inoltre è la bisettrice di GB^C [[poiché parte dall'unione di due tangenti e tocca il centro della circonferenza]]). Ora basta trovare FC usando la proporzione BH:BC=KH:FC => 3:4=1:x => x=FC=[FG] [[FT]]=4/3. Poniamo come x il segmento [EC] [[EB]] e calcoliamo l'area di BCE, BCF e EFB in funzione di esso: BCE=BC*EC:2=4x:2=2x; BCF=BC*FC:2=4*4/3:2=8/3; EFB=BCE-BCF=2x-8/3. Ora non resta che calcolare il segmento EB, in funzione di x, usando l'area di EFB: EB=2A:H=2(2x-8/3):4/3=3x-4. Adesso basterà usare il teorema di Pitagora per trovare il valore di x: $EB^2=EC^2+BC^2$ => $(3x-4)^2=x^2+4^2$ => x=EC=3; di conseguenza EB=3x-4=3*3-4=5. Ora spostiamo l'attenzione sulla circonferenza di centro O: per poter essere inscritta in un trapezio, quest'ultimo deve avere le somme dei lati opposti uguali, ovvero AD+EB=DE+AB => 4+5=(AB-3) + AB => 9=2AB-3 => 12=2AB => AB=6. A questo punto non rimane che calcolare l'area del rettangolo: A=b*h=6*4=24.

C.V.D.

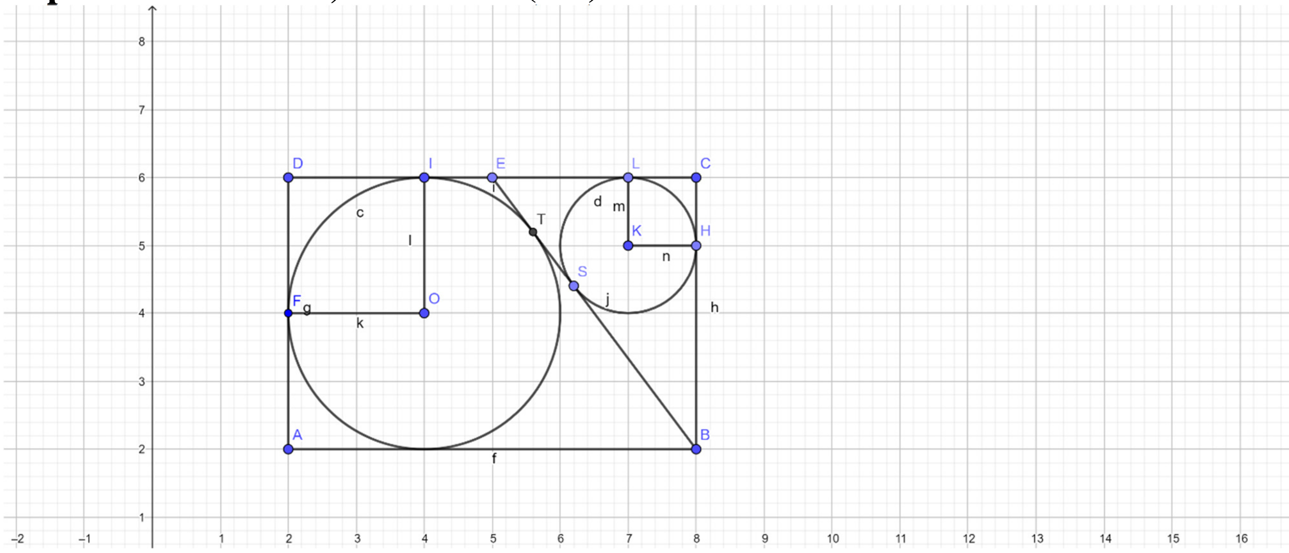
Un'altra dimostrazione prevede l'utilizzo del teorema dei triangoli simili (vale tutto ciò che è stato dimostrato nella spiegazione precedente):




Possiamo dimostrare che il triangolo FGE (vedi dimostrazione precedente) è simile al triangolo EBC, perché aventi un angolo in comune e un angolo retto ciascuno (EBC perché C è il vertice di un rettangolo, mentre FG^E è retto per costruzione, essendo l'angolo formato dall'altezza del triangolo [FBE] [[FGE]]). Dimostrato ciò, sappiamo che FG:BC=4/3:4, perciò il rapporto di similitudine è 1:3; da ciò possiamo dedurre che il lato EF, che da ora chiameremo "a", è un terzo del lato BE, che possiamo indicare come 3a. Ora basta scrivere una semplice equazione per determinare il valore di a: $BE^2$ - $BC^2$ = $EC^2$; in numeri: $(3a)^2 - 4^2 = (\frac{4}{3} + a)^2$. Risolvendo l'equazione troviamo che a = 5/3. A questo punto si possono ricavare le lunghezze di tutti i lati del triangolo EBC: EB=5/3*3=5; [CE]=4/3+5/3=3; per il calcolo dei lati del trapezio ABED e il calcolo dell'area del rettangolo ABCD vale la dimostrazione precedente.

C.V.D.

## 2) Soluzione inviata da Luigi Casolari-Alex Fazioli, classe 3H, Istituto Istruzione Superiore “Gobetti”, Scandiano (RE)




Dall'area dei due cerchi ricaviamo i due raggi:

OF = 2

KH = 1

Per il teorema delle tangenti da un punto esterno sappiamo che DF = DI e che CL= CH che hanno la stessa lunghezza dei raggi delle circonferenze rispettivamente di centro O e K.

Il segmento BH è lungo 3 poiché DA misura 4 in quanto doppio del raggio della crf di centro O a cui va sottratto il raggio della crf di centro K che è uguale ad 1.

Chiamiamo EL = x; sappiamo che il raggio della circonferenza inscritta in un triangolo è uguale al rapporto tra area del triangolo e il suo semiperimetro.

ES = EL sempre per il teorema delle tangenti da un punto esterno.

Possiamo ricavare l'equazione $1= (4(x + 1)/2): ((8+2x)/2)$ da cui risulta $x=2$

Ora dobbiamo calcolare EI che chiamiamo y che ovviamente è uguale ad ET.

$y=EI=ET$

Utilizziamo il teorema della circoscrivibilità di un quadrilatero convesso per scrivere:

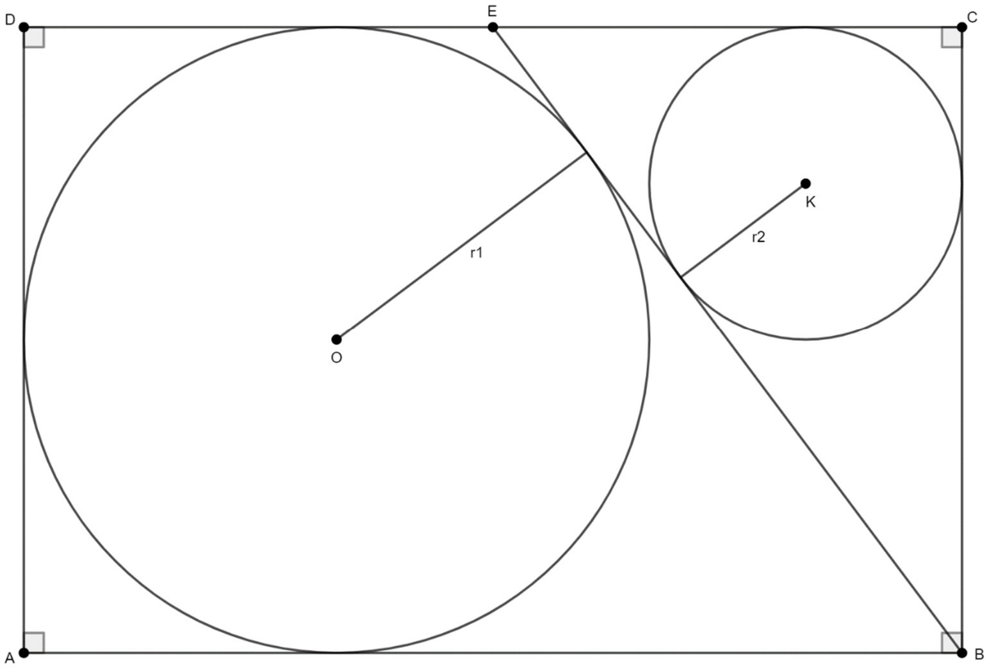
$((5+y)+(2+y))=(4+5)$ Da cui $y=1$.

Il lato $AB=(2+1+2+1)=6$

$BC= (2+2)=4$

[e quindi l’area del rettangolo è 24].

**3) Soluzione inviata da Leonardo Schiesaro, Classe 5C, Liceo Morgagni, Roma**



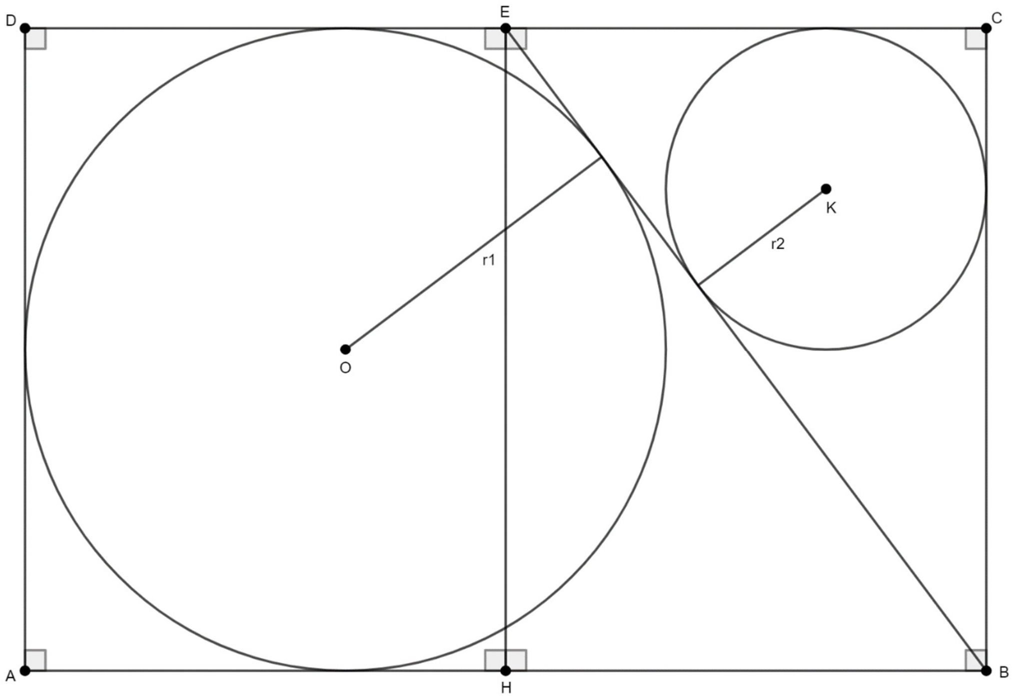

## *Ipotesi*

ABCD è un rettangolo
$C_1$ è inscritto nel trapezio ABED
$C_2$ è inscritto nel rettangolo BCE
$A(C_1) = 4\pi$
$A(C_2) = \pi$

## *OBIETTIVO*

$A(ABCD) = ?$

## *Costruzione preliminare*




Si traccia l'altezza $\overline{EH}$ del trapezio ABED.

## *Svolgimento*

- Conoscendo le aree dei due cerchi, è possibile ricavarne i rispettivi raggi:

  $$A(C_1) = \pi r_1^2 \rightarrow r_1 = \sqrt{\frac{A(C_1)}{\pi}} = \sqrt{\frac{4\pi}{\pi}} = \sqrt{4} = 2$$

  $$A(C_2) = \pi r_2^2 \rightarrow r_2 = \sqrt{\frac{A(C_2)}{\pi}} = \sqrt{\frac{\pi}{\pi}} = \sqrt{1} = 1$$

- Prendiamo in considerazione il triangolo rettangolo BCE, il cui apotema è il raggio della circonferenza $C_2$ a cui è circoscritto.

  L'area di questo triangolo si può calcolare nel seguente modo:

  $$A = \frac{P \cdot a}{2} \rightarrow A(BCE) = \frac{P(BCE) \cdot r_2}{2}$$

  Il perimetro è uguale alla somma dei cateti $\overline{BC}$ e $\overline{CE}$ e dell'ipotenusa $\overline{BE}$. Quest'ultima può essere ricavata tramite il teorema di Pitagora:

  $$\overline{BE} = \sqrt{\overline{BC}^2 + \overline{CE}^2}$$

  Di conseguenza:

$$P = \overline{BC} + \overline{CE} + \overline{BE} = \overline{BC} + \overline{CE} + \sqrt{\overline{BC}^2 + \overline{CE}^2}$$

$$A(BCE) = \frac{P(BCE) \cdot r_2}{2} = \frac{\left(\overline{BC} + \overline{CE} + \sqrt{\overline{BC}^2 + \overline{CE}^2}\right) \cdot r_2}{2}$$

Ma l'area di un triangolo rettangolo può essere espressa anche come il semiprodotto dei cateti, pe

$$A(BCE) = \frac{\overline{BC} \cdot \overline{CE}}{2} = \frac{\left(\overline{BC} + \overline{CE} + \sqrt{\overline{BC}^2 + \overline{CE}^2}\right) \cdot r_2}{2}$$

$$\overline{BC} \cdot \overline{CE} = \left(\overline{BC} + \overline{CE} + \sqrt{\overline{BC}^2 + \overline{CE}^2}\right) \cdot r_2$$

- Essendo il trapezio ABED circoscritto alla circonferenza $C_1$, la sua altezza $\overline{EH}$ è pari al diametro della circonferenza.
  Poiché si tratta di un trapezio rettangolo, questa altezza è congruente al lato $\overline{AD}$ del trapezio. Ma essendo $\overline{AD}$ anche un lato del rettangolo ABCD, allora è congruente anche al lato opposto $\overline{BC}$.
  Quindi $\overline{BC} = \overline{AD} = \overline{EH} = d_1 = 2 \cdot r_1$
  Ne consegue che:

  $$\overline{BC} \cdot \overline{CE} = \left(\overline{BC} + \overline{CE} + \sqrt{\overline{BC}^2 + \overline{CE}^2}\right) \cdot r_2$$

  $$2 \cdot r_1 \cdot \overline{CE} = \left(2 \cdot r_1 + \overline{CE} + \sqrt{(2 \cdot r_1)^2 + \overline{CE}^2}\right) \cdot r_2$$

  Sostituendo i valori di $r_1$ e $r_2$ dentro l'equazione:

  $$2 \cdot 2 \cdot \overline{CE} = \left(2 \cdot 2 + \overline{CE} + \sqrt{(2 \cdot 2)^2 + \overline{CE}^2}\right) \cdot 1$$

  $$4\overline{CE} = \left(4 + \overline{CE} + \sqrt{4^2 + \overline{CE}^2}\right) \cdot 1$$

  $$4\overline{CE} = 4 + \overline{CE} + \sqrt{16 + \overline{CE}^2}$$

  $$\sqrt{16 + \overline{CE}^2} = 3\overline{CE} - 4$$

Risolvendo questa equazione irrazionale, si ottiene che $\overline{CE} = 3$.

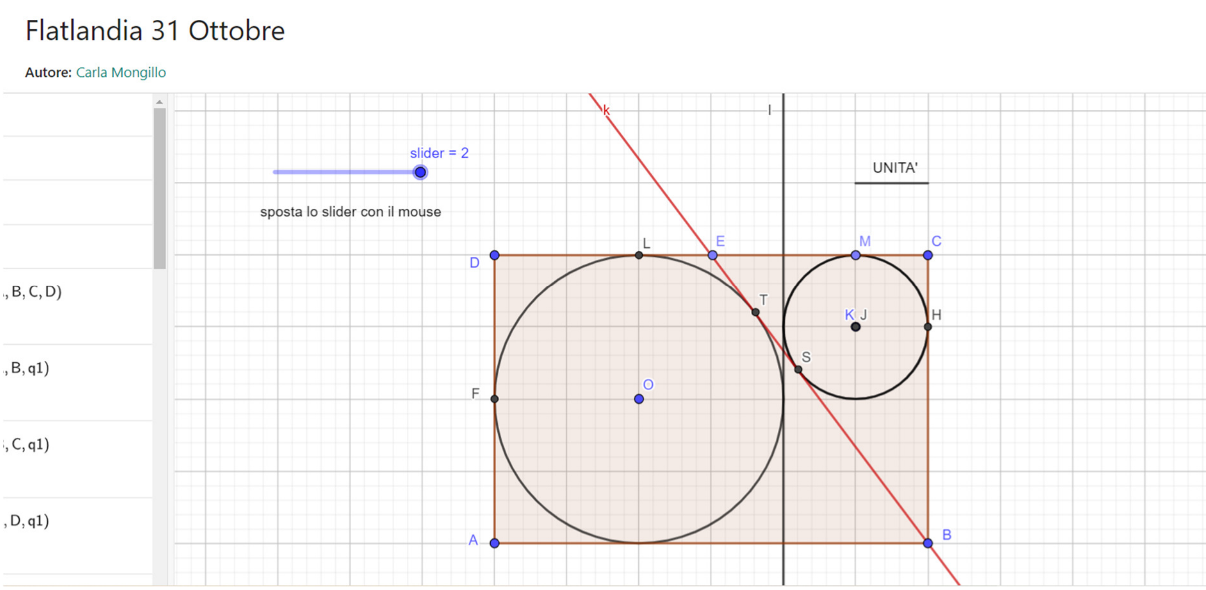
Pertanto $\overline{BE} = \sqrt{\overline{BC}^2 + \overline{CE}^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$

- Prendiamo in considerazione il trapezio ABED.

  Essendo un quadrilatero circoscritto alla circonferenza $C_1$, la somma di due lati opposti è uguale alla somma degli altri due.
  $\overline{AD} + \overline{BE} = \overline{AB} + \overline{ED}$
  $\overline{AB}$ può essere espresso come la somma di $\overline{AH}$ e $\overline{HB}$.
  $\overline{AH}$ è congruente a $\overline{ED}$ in quanto lati opposti del rettangolo AHED.
  $\overline{HB}$ è congruente a $\overline{CE}$ in quanto lati opposti del rettangolo BCEH.
  Pertanto:
  $\overline{AD} + \overline{BE} = \overline{AB} + \overline{ED}$
  $\overline{AD} + \overline{BE} = \left(\overline{AH} + \overline{HB}\right) + \overline{ED}$
  $\overline{AD} + \overline{BE} = \left(\overline{ED} + \overline{CE}\right) + \overline{ED}$
  $\overline{AD} + \overline{BE} = \overline{CE} + 2 \cdot \overline{ED}$
  Si può così ricavare il valore di $\overline{ED}$:
  $$\overline{ED} = \frac{\overline{AD} + \overline{BE} - \overline{CE}}{2} = \frac{4 + 5 - 3}{2} = 3$$
- Concludendo:
  $\overline{CD} = \overline{CE} + \overline{ED} = 3 + 3 = 6$
  $A(ABCD) = \overline{CD} \cdot \overline{AD} = 6 \cdot 4 = \mathbf{24}$

## 4) Soluzione inviata (tramite la prof.) dalla classe 3ABA-ITST-Marconi, Campobasso

La figura si trova qui:
https://www.geogebra.org/m/yp3mnrhf



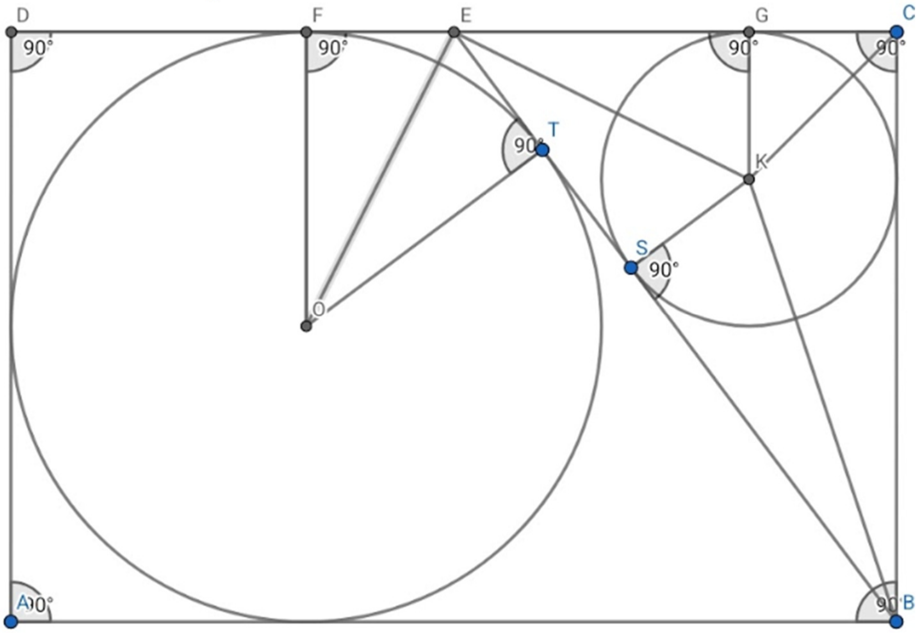

Dimostrazione

Teoremi utilizzati:
1)Congruenza dei segmenti di tangente condotti ad una circonferenza da un punto esterno ad essa
2)Teorema di Pitagora
3)Congruenza delle somme di lati opposti di un quadrilatero convesso circoscritto ad una circonferenza (Un quadrilatero convesso è circoscrivibile a una circonferenza se e solo se la somma di due lati opposti è uguale alla somma degli altri due)

Con riferimento alla figura allegata:
I raggi delle due circonferenze sono: OL=2 e [KH] [[OK]]=1
LE=ET=x
EM=ES=y
Nel triangolo ECB, rettangolo in C, per il Teorema di Pitagora si ha:
(y+1)^2+4^2=(y+3)^2   da cui y=2

Per il teorema 3) ed essendo DC=AB si ha:
DA+EB=DE+AB
DA+(ES+SB)=DE+(DL+LE+EM+MC)
4+(2+3)=2+x+(2+x+2+1)
9=2x+7    da cui x=1 e area rettangolo uguale a 24.

## 5) Soluzione inviata da Carlo Maria Ennas, classe 4Q, Liceo Scientifico A. Pacinotti, Cagliari




Dati: la circonferenza di centro O e raggio OT è iscritta nel trapezio ABED, e ha area $4\pi$ la circonferenza di centro K e raggio KG è iscritta nel triangolo ECB, e ha area $\pi$.

Soluzione: la formula generica per l'area del [cerchio] [[triangolo]] è A=$\pi r^2$, conoscendo le aree delle due circonferenze si possono quindi ricavare i loro raggi. La circonferenza di centro in O ha raggio OT=OF=2, mentre la circonferenza di centro K ha raggio KS=KG=1.

Nel rettangolo ABCD è nota la misura del lato AD perché equivalente a quella del diametro della circonferenza di centro in O, quindi AD=BC=4.

Nel triangolo BCE sono noti: il raggio della circonferenza inscritta, il lato CB e che si tratta di un triangolo rettangolo in C; ora notiamo che l'area del triangolo BCE è uguale alla somma delle aree dei triangoli BCK,CEK e EBK. Siano x=EC e A uguale all'area del triangolo BCE, allora:

$A = 2x = \frac{1}{2}1(4 + x + \sqrt{x^2 + 4^2})$

Il secondo membro dell'uguaglianza è l'area scritta come semiprodotto base (=x) e altezza (=4), l'ultimo membro dell'uguaglianza è la somma delle aree dei triangoli, BCK, CEK, e EBK. Questi triangoli vengono considerati con base uguale rispettivamente ai lati BC (=4), CE (=x), e EB (=$\sqrt{x^2 + 4^2}$ ,ricavato col teorema di Pitagora) e altezza pari al raggio della circonferenza inscritta (1). Ora il secondo e l'ultimo membro dell'uguaglianza costituiscono una equazione che ha come sola incognita x.

4x=x+4+$\sqrt{x^2+4^2}$ → 3x-4=$\sqrt{x^2+4^2}$ → $(3x-4)^2 = x^2+16$ (con x$\geq\frac{4}{3}$) $9x^2-24x+16=x^2+16$

$8x^2-24x=0$ $x(x-3)=0$ Questa equazione ha come unica soluzione accettabile x=3

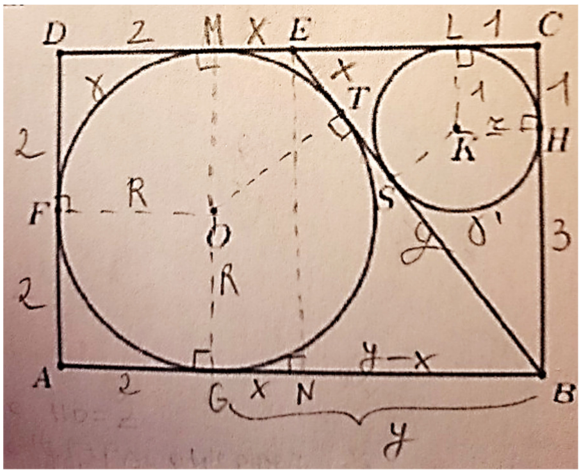
Dal punto E sono condotte le due tangenti passanti per G e S, dunque i segmenti di tangenza EG e ES sono congruenti. GC=GK perché il triangolo CGK è isoscele su base CK perché è rettangolo in G e l'angolo $G\hat{C}K$=45° perché K è centro della circonferenza inscritta, quindi l'incentro del triangolo ECB, e [CK] [[CB]] biseca l'angolo $E\hat{C}B$ rettangolo. Allora GC=GK=1, allora EG=EC-CG=3-1=2. EG=ES=2.

I triangoli OFE e OTE sono rettangoli e hanno, l'ipotenusa [OE] [[OT]] in comune e OF=OT perché raggi della circonferenza, allora sono congruenti per il criterio di congruenza dei triangoli rettangoli. Anche i triangoli SEK e GEK sono rettangoli, hanno l'ipotenusa in comune e KG=KS perché raggi; quindi sono congruenti. In particolare $F\hat{E}O = O\hat{E}T$ e $S\hat{E}K = K\hat{E}G$ .

2 $F\hat{E}O$ + 2$S\hat{E}K$ =180° → $F\hat{E}O$ +$S\hat{E}K$ = 90°, quindi sono complementari, ma anche l'angolo $F\hat{O}E$ è complementare di $F\hat{E}O$, dunque $F\hat{O}E$=$S\hat{E}K$. Allora i due triangoli OFE e SEK hanno OF=ES=2 per le considerazioni precedenti, sono rettangoli e hanno due angoli uguali; sono allora congruenti per il secondo criterio di congruenza. In particolare FE=KS=1 perché lati corrispondenti in triangoli congruenti. CD=CE+EF+FD=3+1+2=6 (la misura del segmento FD si ricava in maniera analoga a quella del segmento CG).

Infine l'area del rettangolo ABCD è A=(BC)(CD)=(4)(6)= 24.

**6) Soluzione inviata da Sofia Scala, classe 4D, Liceo scientifico Barsanti e Matteucci, Viareggio (LU)**



| HP: | TH: |
|---|---|
| ABCD rettangolo | $A_{ABCD}$ |
| E∈ DC | |
| ABED trapezio rettangolo | |
| $\gamma$ :circonferenza inscritta in ABED | |
| $\gamma^1$:circon.inscritta nel △ BCE | |

Dimostrazione: posto ME=x, TB=y, HB=z

ME=ET=x per il teorema [delle tangenti condotte da] un punto esterno alla circonferenza

TB=GB=y per il teorema [delle tangenti condotte da] un punto esterno alla circonferenza

EB=x+y

EN=2R=4

NB=y-x

$\gamma$ : A=$4\pi$=$R^2\pi \rightarrow R = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2$

$\gamma^1$:A=$\pi$=$r^2\pi \rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 1$

Dato che il trapezio rettangolo ABED è circoscritto alla circonferenza $\gamma$ la sua altezza AD misura quanto il diametro della circonferenza $\gamma$ , segue che AD=2R=4

Applico il teorema di Pitagora al triangolo ENB:

$(x+y)^2$= $4^2 + (y-x)^2$ si ottiene xy=4

A questo punto poiché AD=CB=CH+HB=1+z=4 perché lati opposti di un rettangolo, si ottiene z=4-1=3

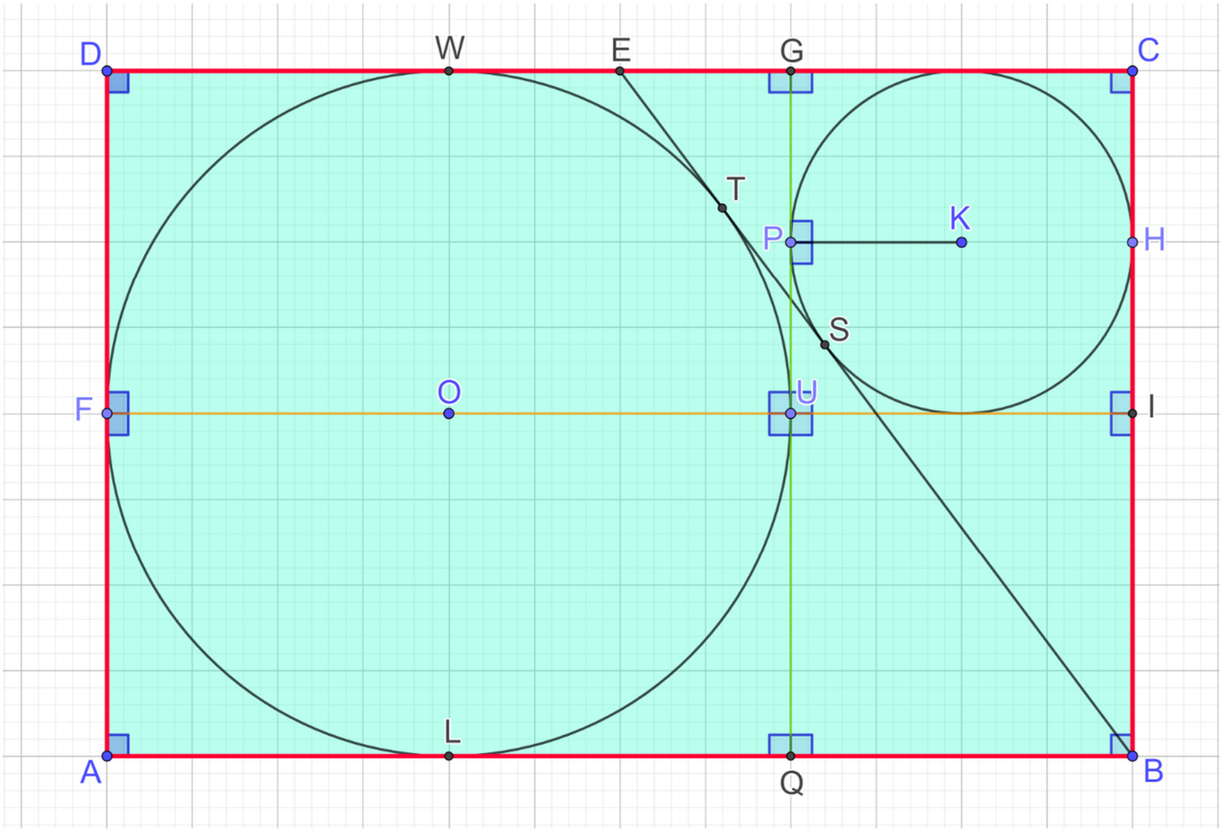
SB=HB=z per il teorema [delle tangenti condotte da] un punto esterno alla circonferenza

Poiché DC=AB perché lati opposti di un rettangolo → 2+x+EL+1=2+y → EL=y-x-1

Applico la formula del raggio di un cerchio inscritto in un triangolo rettangolo: r=$\frac{CB+EC-EB}{2}$ segue che 1=$\frac{4+1+y-x-1-x-y}{2}$ → x=1, poiché xy=4 per quanto dimostrato precedentemente → y=4

$A_{ABCD}$=AD × AB=4 × (2+y) =24 .

**7) Soluzione inviata da DAVIDE ALBASINI e LORENZO DALLA SERRA; CLASSE 2D, LICEO B. RUSSELL; INDIRIZZO:SCIENTIFICO SCIENZE APPLICATE, CLES (TN)**




IPOTESI: AREA o = $4\pi$

AREA k = $\pi$

ABCD è un rettangolo

$AREA_{ABCD}$= ?

Calcoliamo i raggi delle circonferenze K e O:

KH=$\sqrt{AREA\ K/\ \pi}$ = $\sqrt{\pi/\pi}$ =$\sqrt{1}$= 1    KH= 1

OF=$\sqrt{\ AREA\ O/\pi}$ =$\sqrt{4\pi/\pi}$ = $\sqrt{4}$= 2    OF= 2

Quindi i loro diametri sono:

Diametro O= 4; Raggio O=2;

Diametro K= 2; Raggio K=1.

**DIMOSTRAZIONE:**

Consideriamo il segmento AD che è tangente della circonferenza O nel punto F,

OF è quindi perpendicolare ad AD, per il teorema delle rette tangenti OF é parallelo ad AB e CD perché entrambi perpendicolari al segmento AD.

F è quindi punto medio di AD perché considerando i segmenti WO≅OL (raggi), per il teorema della distanza tra 2 rette parallele, WO≅DF;OL≅FA e quindi DF≅FA.

AD = 4;     AF = 2;     FD = 2.

CB è congruente ad AD per la definizione di rettangolo (i suoi lati opposti sono congruenti)

Tracciamo ora la parte di segmento, della retta tangente ad entrambe le circonferenze, interna al rettangolo (segmento GQ), tangente alla circonferenza O in U ed alla circonferenza K in P.

Tracciamo anche la retta FO (solo la parte interna alla figura), che è perpendicolare ad AD per teorema, in quanto OF è il raggio che cade sul punto di tangenza della retta DA.

[[Il punto U passa per la retta FO (evidente dal disegno, ma non riusciamo a dimostrarlo).]]

[Il punto cruciale del ragionamento è proprio questo, GQ è tangente comune alle due circonferenze. Come ammesso non siete riusciti a dimostrarlo e questo naturalmente rende la vostra soluzione incompleta].

Dato che il punto U è il punto di tangenza, GQ (tangente) è perpendicolare al raggio (OU) per teorema.

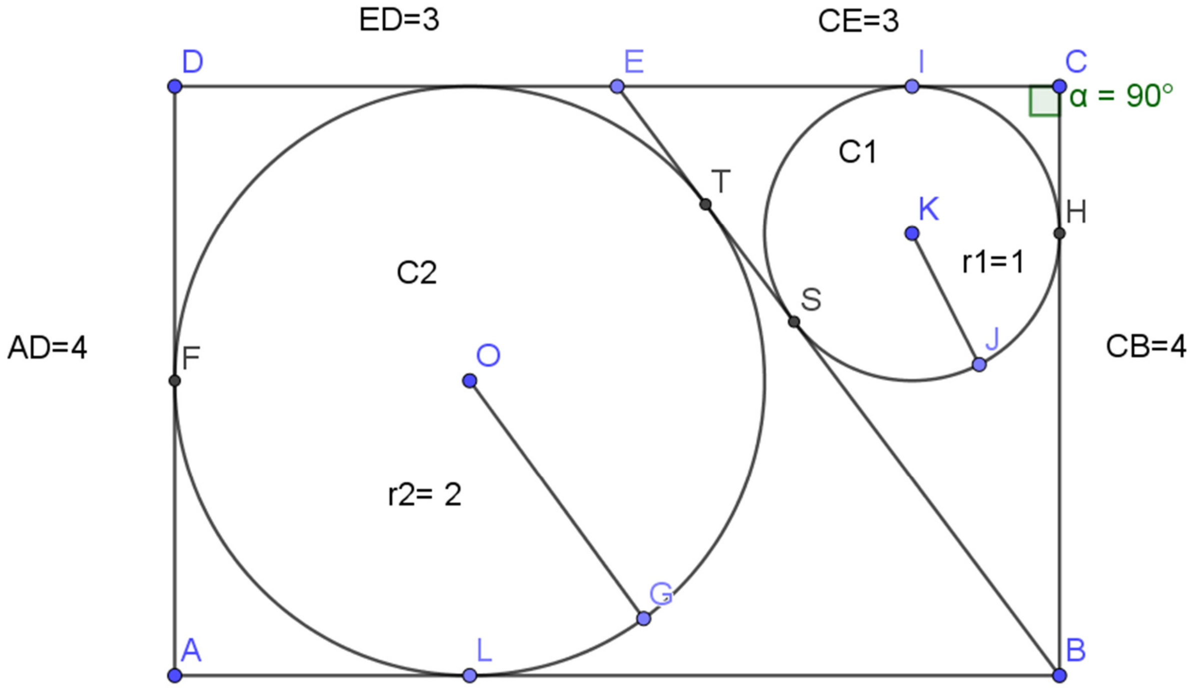
Il segmento GQ è quindi parallelo ad AD perché GQ è perpendicolare ad FU ed FU è perpendicolare AD. In particolare, U è quindi la proiezione di P su FI.

AD (altezza del rettangolo) è ≅ al il diametro della circonferenza di centro O e AB (base del rettangolo) è uguale alla somma dei diametri delle due circonferenze (O e K) e quindi è uguale a 4+2=6.

L'area del rettangolo è quindi base per altezza:

4 (base) * 6 (altezza)=24 (area del rettangolo).

## 8) Soluzione inviata da Lorenzo Inama, Classe 2D, Liceo Bertrand Russell-Cles (TN)




**Ipotesi:**
- [Area del cerchio] [[Circonferenza]] C2 = 4π
- [Area del cerchio] [[Circonferenza]] C1 = π

**Tesi:** Trovare l'area del rettangolo ABCD.

**Considero la circonferenza C1:**
Sapendo che l'area del cerchio si trova per mezzo della formula $A = \pi \cdot r^2$ (con A=area della circonferenza C1 e r=raggio della circonferenza). Isolando il raggio si riesce a trovare il valore di esso.

Area C1 = $\pi \cdot r^2$ ;
Sostituisco Area C1 con π (dato che per ipotesi Area C1=π) quindi diventa $\pi=\pi \cdot r^2$;
Risolvo l'equazione:

$\frac{\pi}{\pi} = r^2$ semplifico $r = 1$.

**Considero la circonferenza C2:**
Applico lo stesso procedimento utilizzato per C1:
Area C2 = $\pi \cdot r^2$ ;
Sostituisco Area C2 con 4π (dato che per ipotesi Area C2 = 4π) quindi diventa $4\pi = \pi \cdot r^2$;
Risolvo l'equazione:

$\frac{4\pi}{\pi} = r^2$ semplifico $4=r^2$ $r=2$.

$\frac{4\pi}{\pi}$= r² semplifico 4=r² r=2.

**Considero: ECB;**

Applico il teorema del raggio della circonferenza [inscritta in] [[circoscritta ad]] un triangolo qualsiasi. pari al rapporto tra il doppio dell'area del triangolo ed il suo perimetro.

$$r1 = \frac{2\,Area\,triangolo}{perimetro\,triangolo}$$

Sostituisco area del triangolo con $\frac{b\ h}{2}$ e nomino EC=b, CB=h, EB= $\sqrt{b^2+h^2}$ .

Risolvo calcolando h=4 considerando che il raggio è 2, il diametro 4 e quindi la circonferenza è

$$1 = \frac{4b}{b+4+\sqrt{b^2+16}}$$

$1 \cdot ( b +4 + \sqrt{b^2+16} )= 4b$

$\sqrt{b^2+16}$ = 4b-b-4

$\sqrt{b^2+16} = 3b - 4$ .

[Elevando al quadrato si ottiene:]
$b^2+16=(3b-4)^2$
$b^2+16=9b^2+16-24b$
$-8b^2+24b=0$
$-8b \cdot (b-3)=0$
b=3.

[Dopo verifica della soluzione trovata, si ha:]
In particolare EB= $\sqrt{3^2+4^2}$ = $\sqrt{25}$ =5.

Considero ABED e applico il teorema del quadrilatero circoscritto ad una circonferenza dove la somma [di] 2 lati opposti è congruente alla somma degli altri due.
4+5=x+(x+3)
9=2x+3
2x=6
x=3
[[2b=6, b=3]]

Considero ABCD:
Area = base · altezza = 6 · 4 =24.