FLAT*landia*

Rubrica mensile di problemi di geometria per studenti della Scuola secondaria

Flatlandia – Problema di marzo 2023 - Commento alle soluzioni ricevute

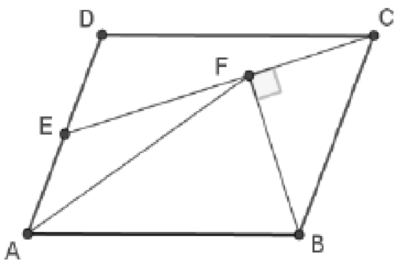
Il testo del problema

Flatlandia - Problema 4 - 25 marzo 2023

Sia $ABCD$ un parallelogramma e sia E il punto medio di AD. Tracciato il segmento EC, sia F il piede della perpendicolare condotta da B su EC.

Che cosa si può dire del triangolo ABF?

Motivare la risposta.



Commento

Il problema poneva un quesito relativo a un particolare triangolo ottenuto da un parallelogramma tracciando alcuni segmenti come indicato nel testo. La domanda è stata posta in forma aperta, ma si doveva dimostrare che tale triangolo era isoscele.
Le risposte arrivate sono entrambe corrette e ben motivate ed entrambe usano il fatto che se in un triangolo un'altezza è anche mediana, allora il triangolo è isoscele.

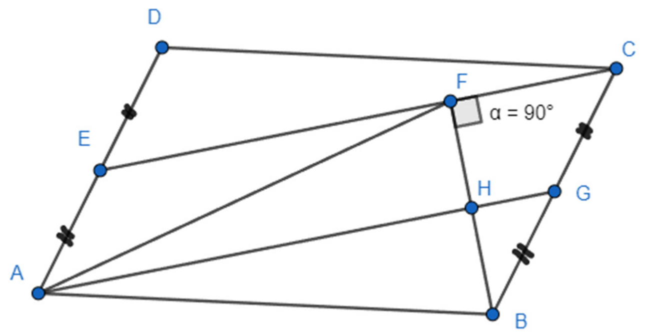
Abbiamo ricevuto solo due risposte, da studenti delle seguenti scuole (in ordine di arrivo):
- Liceo Scientifico "Calini", Brescia
- Liceo Scientifico "G. Rummo", Benevento.

Nota. *Nelle soluzioni riportate, le correzioni, le aggiunte o i commenti sono scritti fra parentesi quadre. Con doppia parentesi quadra vengono indicate le parti omesse.*

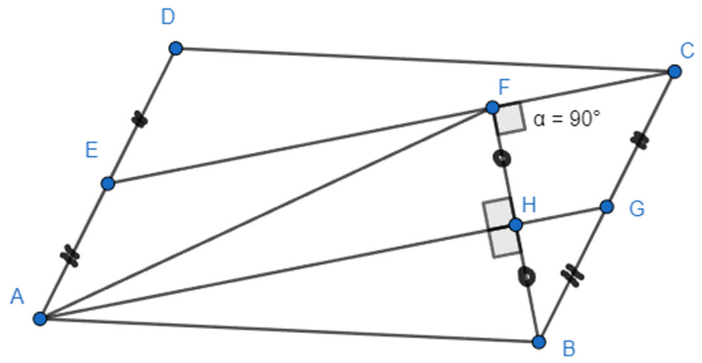
Soluzioni arrivate

1) Soluzione inviata da Davide Averoldi, classe 4^A, Liceo Scientifico "Calini", Brescia

Detto G il punto medio di BC ed essendo ABCD un parallelogramma, si ha AE□ED□BG□GC. Tracciato il segmento AG, che risulta parallelo ad EC (poiché AE□GC e AE//GC), chiamo H il punto di intersezione tra AG e FB.

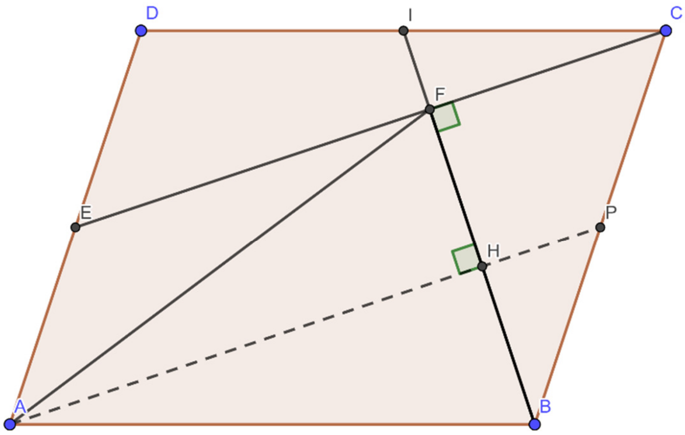


Poiché AG//EC e EC□FB, anche AG□FB e AH è quindi altezza del triangolo ABF.
Inoltre, per il teorema di Talete applicato alle due rette AG e EC rispetto alla congruenza BG□GC, anche BH□FH.



Il fatto che AH sia contemporaneamente altezza e mediana implica che il triangolo ABF sia isoscele su base BF.

2) Soluzione inviata da classe 2^E-Liceo Scientifico “Gaetano Rummo”, Benevento



Ipotesi	**Tesi**
ABCD = parallelogramma	ABF = triangolo isoscele
AE ≅ ED (E = punto medio di AD)	
BF ⊥ EC	

Dimostrazione

AH ⊥ BF perché altezza del triangolo ABF relativa alla base BF

AH // EC perché AH ed EC ⊥ BF

AE // CP perché AE ∈ AD, CP ∈ BC e AD // BC

AP // EC perché AH ∈ AP e AH // EC

AECP = parallelogramma perché AP // EC e AE // CP

BP ≅ PC (P = punto medio di BC) perché CP ≅ AE, AE = ½ AD e AD ≅ BC

FH ≅ BH perché considerando il fascio di rette parallele (EC // AP) tagliato dalle trasversali IB e CB, ai segmenti congruenti BP ≅ CP, sulla trasversale BC, (per il Teorema di Talete) corrispondono elementi congruenti sulla trasversale IB

AH = altezza e mediana di BF perché FH ≅ BH

ABF = triangolo isoscele perché AH = altezza e mediana di BF.

q.e.d.