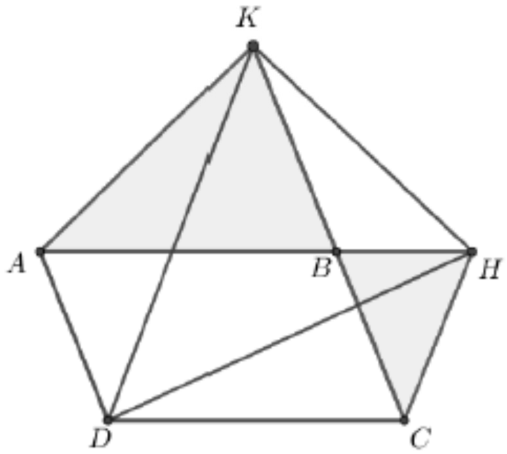
FLAT*landia*

Rubrica mensile di problemi di geometria per studenti della Scuola secondaria

Flatlandia – Problema – 4 - 25 ottobre 2021 - Commento alle soluzioni ricevute

Il testo del problema

Sia $ABCD$ un parallelogramma e siano H e K due punti situati sui prolungamenti di AB e CB rispettivamente, tali che il triangolo ABK sia isoscele sulla base BK e il triangolo BCH sia isoscele sulla base BH (come riportato in figura).
Provare che il triangolo KDH è anch'esso isoscele.
Motivare le risposte.



Commento

Abbiamo ricevuto 11 risposte, prevalentemente da classi seconde e terze di Licei Scientifici.

Il problema poneva un quesito relativo a un parallelogramma, nel quale si dovevano prolungare opportunamente due lati consecutivi fino ad ottenere un particolare triangolo che si doveva dimostrare essere isoscele.

Le risposte ottenute sono tutte sostanzialmente corrette con qualche piccola variante l'una dall'altra.

È da notare che quando si scrivono ipotesi e tesi prima della dimostrazione, queste vanno riportate in maniera precisa e non solo in maniera incompleta, come alcuni hanno fatto.

Si richiede di fare sempre una o più figure, per meglio chiarire il proprio ragionamento e di indicare sempre i propri dati (nome, cognome, scuola, classe, sezione, città sede della scuola), così come indicato nelle istruzioni.

Si ricorda di usare Word (non "Open Office" !) perché altrimenti poi le soluzioni inviate risultano a volte illeggibili, soprattutto per quanto riguarda le equazioni ed i simboli usati.

Non inviare il file in PDF, perché non si possono introdurre correzioni, né commenti!

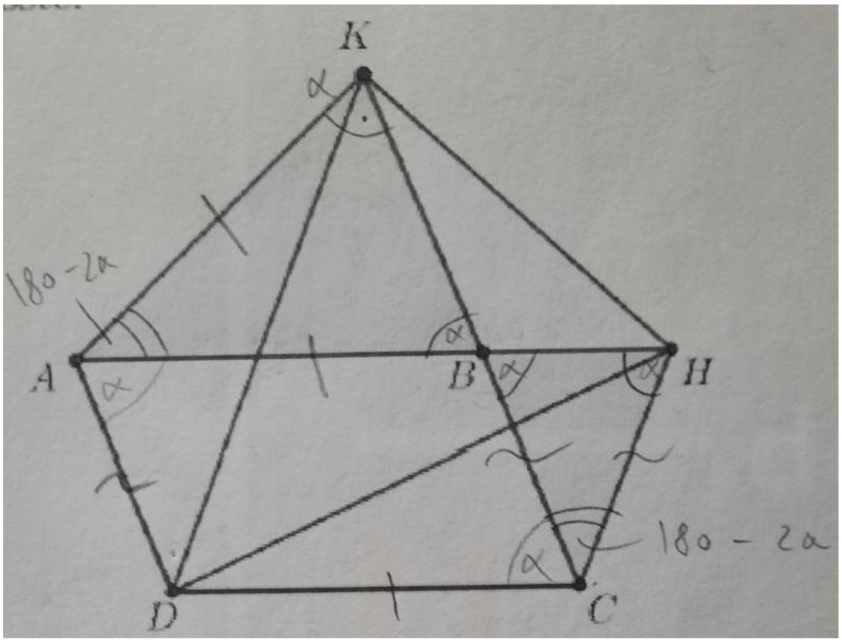
Sono pervenute risposte da studenti delle seguenti scuole:

- Liceo Scientifico “Barsanti-Matteucci”, Viareggio (LU), 3 soluzioni
- Liceo Scientifico “G. Rummo”, Benevento, 4 soluzioni
- Liceo Scienze Applicate “A. Malignani”, Udine
- Liceo Scientifico “G. Terragni”, Olgiate Comasco (CO)
- Liceo Scientifico “A. Pacinotti”, Cagliari
- Liceo Scientifico “A. Roiti”, Ferrara

Nota. *Nelle soluzioni riportate, le correzioni, le aggiunte o i commenti sono scritti fra parentesi quadre. Con doppia parentesi quadra vengono indicate le parti omesse.*

Soluzioni arrivate

1) Soluzione inviata da Sofia Scala, Liceo Scientifico Barsanti-Matteucci, Viareggio (LU), Classe 3^ Sezione D



[Nella figura occorreva scrivere “180°” e non “180”
Abbrevia molte parole in modo poco chiaro.
Presenta la soluzione con Open Office e non con Word!].

HP: TH.

AB/ /DC tr.KDH=isoscele [tr. ????]

AD/ /BC

A,B,H allineati

C,B,K allineati

ABAK

BCHC

Dim: α≅∠CBH≅BHC perché ang. alla base tr. iso. ∠ ABK≅CBH≅α perché ang. opposti al vertice ∠ AKB≅α per proprietà transitiva

Considero tr.AKB : ∠KAB=180°-2α per somma di ang. interni

Considero tr.[il triangolo] BHC: ∠HCB=180°-2α per somma di ang. interni

Considero rette AB//DC tagliate da KC; esse formano ∠ABK≅∠DCB≅α perché corrispondenti

Considero rette AD/ /KC tagliate da AB;esse formano ∠KBA≅∠DAB≅α perché ang.alterni interni

Considero [il] parallelogramma ABCD:

AD≅BC per proprietà [del] parallelogramma BC≅HC perché BHC=tr. isoscele per hp [quindi AD≅CH]

DC≅AB per proprietà [del] parallelogramma AB≅AK perché AKB=tr. isoscele per hp [quindi DC≅AK]

A questo punto considero i tr. ADK e DHC;essi hanno:

DC≅AK per precedente dim.

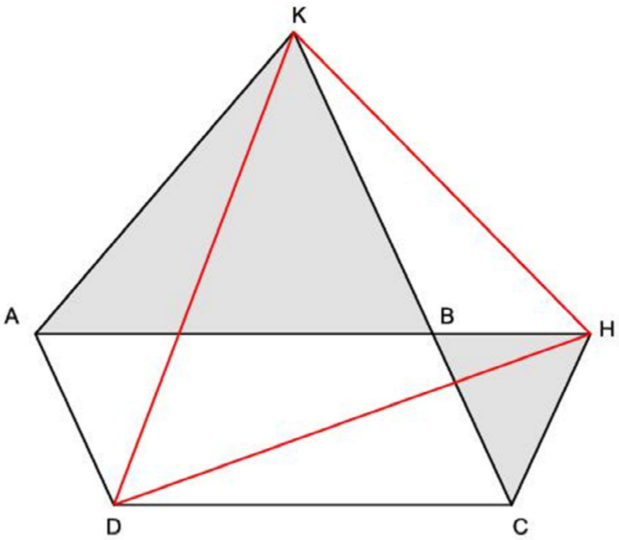
AD≅HC per precedente dim.

∠ DCH≅∠ DAK perché somma ang. congruenti

ADK≅DHC per 2 criterio di congr.DK≅DHtr.KDH=isoscele per definizione

2) Soluzione inviata da Emanuela Guerrera, Liceo Scientifico "G. Rummo", Benevento (2° invio)

Ipotesi	Tesi
ABCD è un parallelogramma $\overline{AK} \cong \overline{AB}$ $\overline{BC} \cong \overline{CH}$	*Triangolo* KDH è Isoscele



Consideriamo i Triangoli DAK e DCH. Essi hanno:

- $\overline{AK} \cong \overline{DC}$ perché essendo ABCD un parallelogramma per ipotesi, $\overline{DC} \cong \overline{AB}$ e $\overline{AB} \cong \overline{AK}$
- $\overline{AD} \cong \overline{CH}$ perché essendo ABCD un parallelogramma per ipotesi, $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ e $\overline{BC} \cong \overline{CH}$
- $\widehat{DAK} \cong \widehat{DCH}$ perché:

$\widehat{DAB} \cong \widehat{DCB}$ perché ABCD è un parallelogramma ed essi sono angoli opposti

$\widehat{CBH} \cong \widehat{ABK}$ perché opposti al vertice, ma sono congruenti anche a $\widehat{AKB}$ e $\widehat{CHB}$ perché angoli alla base di un triangolo isoscele

Pertanto, $\widehat{HCB} \cong \widehat{KAB}$ perché avendo alla base angoli congruenti, i due angoli al vertice sono congruenti

$\widehat{DAK} \cong \widehat{DCH}$ perché somma di angoli congruenti [[($\widehat{DAB}$ + $\widehat{DAK} \cong \widehat{DCB} + \widehat{BHC}$)]]   [*DAB+BAK≅DCB+BCH*].

I Triangoli DAK≅DCH per il 1° Criterio di Congruenza

→ $\overline{DK} \cong \overline{DH}$ perché in triangoli congruenti a elementi congruenti si oppongono elementi congruenti

⇨ **IL TRIANGOLO KDH È ISOSCELE** *(cvd)*

3) Soluzione inviata da Barbato Giorgio, 2^C, Liceo Scientifico G. Rummo, Benevento

Ipotesi

$ABCD$ parallelogramma
ΔABK isoscele su base $\overline{BK}$
ΔBCH isoscele su base $\overline{BH}$
H prolungamento AB
K prolungamento BC

Tesi

ΔKDH isoscele

Dimostrazione

- $\widehat{DAB} \cong \widehat{BCD}$ perché angoli opposti di $ABCD$ parallelogramma per ipotesi
- $\widehat{BCD} \cong \widehat{CBH}$ perché angoli alterni interni delle rette DC e AB parallele per ipotesi tagliate dalla trasversale BC
- $\widehat{CBH} \cong \widehat{KBA}$ perché opposti al vertice
- $\widehat{KBA} \cong \widehat{BKA}$ perché angoli alla base di [[ΔCBH]] [ΔABK] isoscele su base $\overline{\mathbf{BK}}$ per ipotesi
- $\widehat{CHB} \cong \widehat{CBH}$ perché angoli alla base di ΔCBH isoscele su base $\overline{\mathbf{BH}}$ per ipotesi

Quindi:

$\widehat{DAB} \cong \widehat{BCD} \cong \widehat{CBH} \cong \widehat{KBA} \cong \widehat{BKA} \cong \widehat{CHB}$

- $\widehat{BAK} \cong \widehat{BCH}$ perché angoli al vertice rispettivamente di ΔABK e ΔCBH , la cui congruenza degli angoli alla base [è stata] dimostrata in precedenza
- $\overline{AD} \cong \overline{CH}$ perché $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ perché lati opposti di $ABCD$ parallelogramma per ipotesi e $\overline{CH} \cong \overline{BC}$ perché lati obliqui di ΔCBH isoscele su base $\overline{BH}$ per ipotesi
- $\overline{AK} \cong \overline{DC}$ perché $\overline{DC} \cong \overline{AB}$ perché lati opposti di $ABCD$ parallelogramma per ipotesi e $\overline{AK} \cong \overline{AB}$ perché lati obliqui di ΔABK isoscele su base $\overline{BK}$ per ipotesi

Considero ΔDHC e ΔAKD; essi hanno:

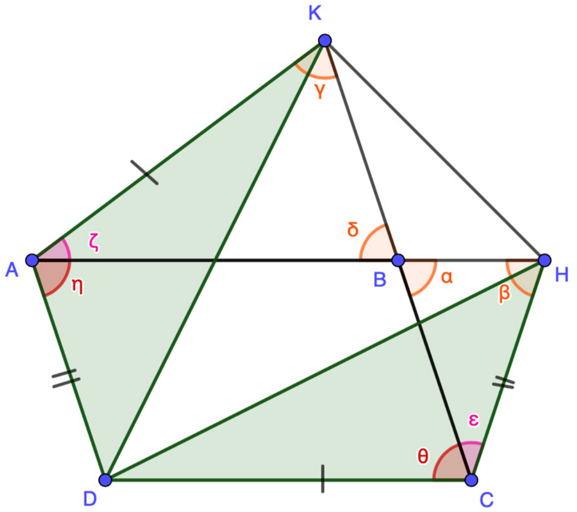
- $\overline{AD} \cong \overline{CH}$ come dimostrato in precedenza [invertire l'ordine dei segmenti]
- $\overline{AK} \cong \overline{DC}$ come dimostrato in precedenza [invertire l'ordine dei segmenti]
- $\widehat{DCH} \cong \widehat{KAD}$ perché entrambi somma di angoli congruenti

$\rightarrow$ $\Delta DHC \cong \Delta AKD$ per il 1° criterio di congruenza

$\rightarrow$ $\overline{DH} \cong \overline{DK}$ perché nei triangoli congruenti $\Delta DHC \cong \Delta AKD$ si oppongono agli angoli congruenti $\widehat{DCH} \cong \widehat{KAD}$

<u>$\rightarrow$ ΔDHK è un triangolo isoscele su base $\overline{HK}$</u>

4) Soluzione inviata da Padrini Gaia, 3^D LSA, A. Malignani, Udine



Dati:
AD//BC
AB//DC
AB≅AK
CB≅CH

Ipotesi:
△ KDH isoscele?

Soluzione:

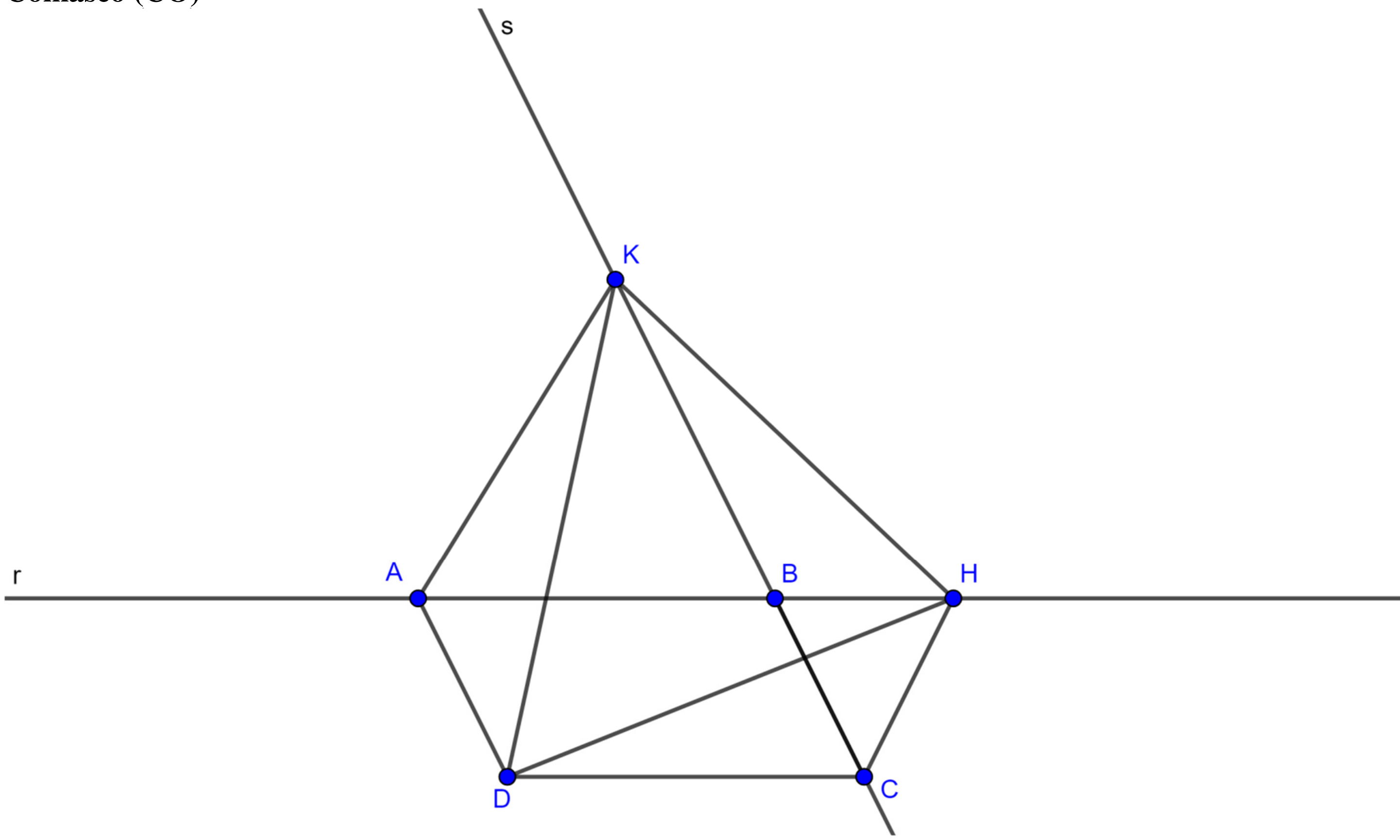
1) Prendiamo in considerazione i triangoli DAK e DHC
   AK≅AB≅DC
   AD≅BC≅CH

2) Prendiamo ora in considerazione gli angoli dei triangoli BCH e BAK:
   $\alpha \cong \beta$ perché il △ BCH è dato isoscele
   $\alpha \cong \delta$ perché opposti al vertice dove il vertice è B e [[AB // DC]] [non serve]
   $\delta \cong \gamma$ perché il △ ABK è dato isoscele
   allora $\alpha \cong \beta \cong \gamma \cong \delta \quad \Rightarrow \quad \varepsilon \cong \zeta$

3) Prendiamo in considerazione il parallelogramma ABCD:
   $\eta \cong \theta$ perché, per la proprietà del parallelogramma, gli angoli opposti sono congruenti
   $\Rightarrow \ \hat{A} \cong \hat{C}$ perché $\eta + \zeta = \theta + \varepsilon$

   Pertanto, per il primo criterio di congruenza dei triangoli (LAL, [gergale]) $\Rightarrow$ DAK≅DHC quindi DK≅DH.
   Di conseguenza, se due lati di un triangolo sono congruenti, esso è isoscele. Da qui si conclude che il triangolo DHK è isoscele.

5) Soluzione inviata da Perri Letizia, classe 2B, Liceo Scientifico "Giuseppe Terragni", Olgiate Comasco (CO)



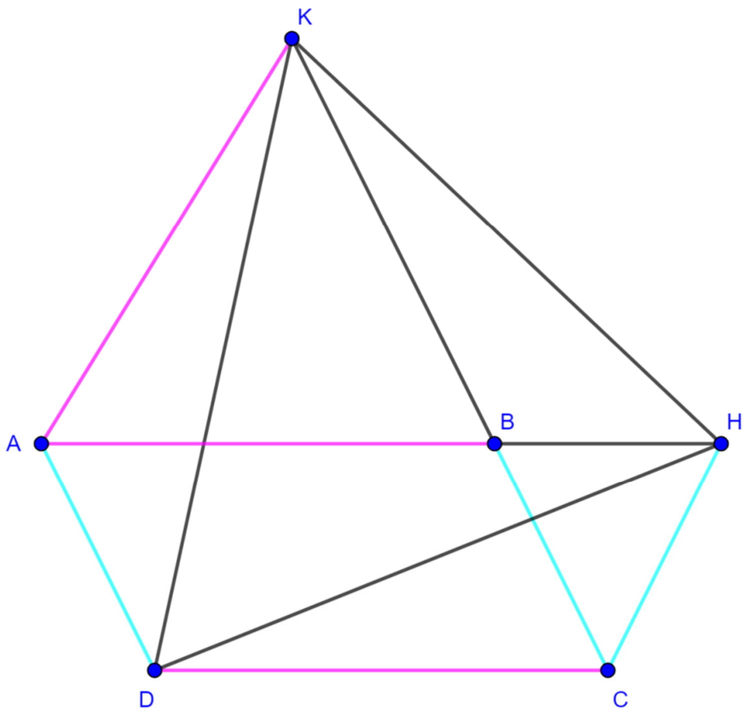
IPOTESI:

- <u>Hp 1</u>**:** $\exists$ ABCD
- <u>Hp 2</u>: AD $\cong$ BC
  AB $\cong$ CD
- <u>Hp 3</u>: A, B, H $\in$ r
  B, C, K $\in$ s
- <u>Hp 4</u>: AB $\cong$ AK
  BC $\cong$ CH

TESI:

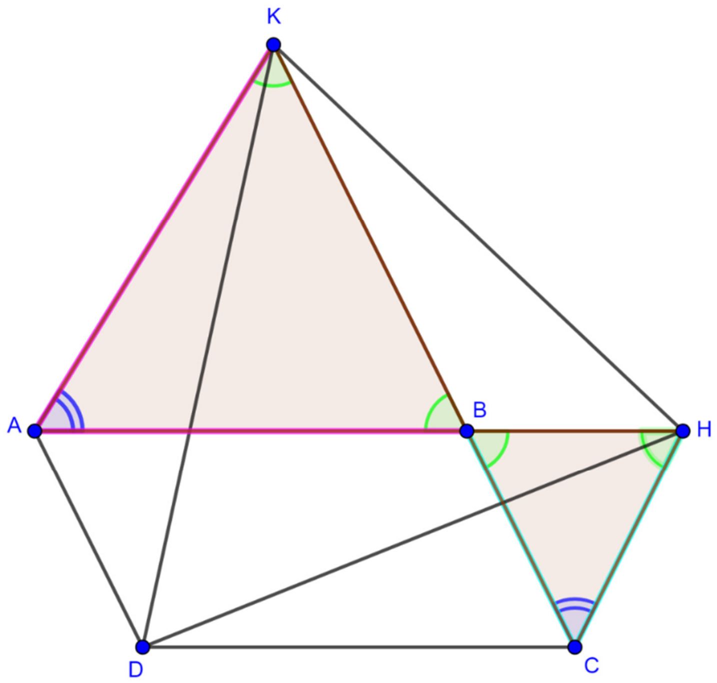
- DH $\cong$ DK

DIMOSTRAZIONE:



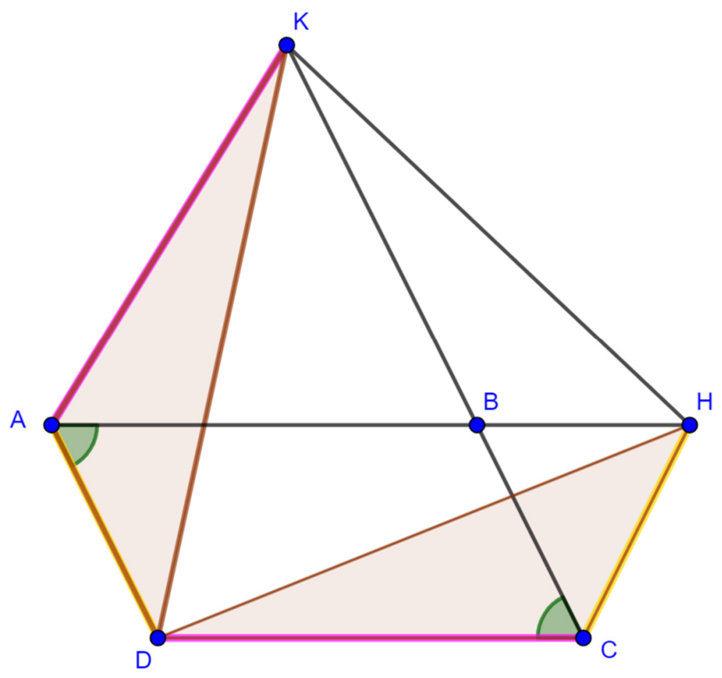
Inizialmente osservo che, grazie all'ipotesi 4, avremo la congruenza degli angoli AKB e ABK. Sempre per la medesima ipotesi, possiamo garantire anche la congruenza degli angoli HBC e BHC. Inoltre, dalle ipotesi 2 e 4, abbiamo AD ≅ BC e BC ≅ CH da cui, applicando la proprietà transitiva della congruenza, arrivo a CH ≅ AD.
Analogamente, dalle ipotesi 2 e 4 e grazie alla proprietà transitiva della congruenza, ottengo AK ≅ CD.
Perciò capisco che AD ≅ BC ≅ CH e che AK ≅ AB ≅ CD.

Successivamente, considero i triangoli ABK e BCH, che so essere isosceli dall'ipotesi 4.



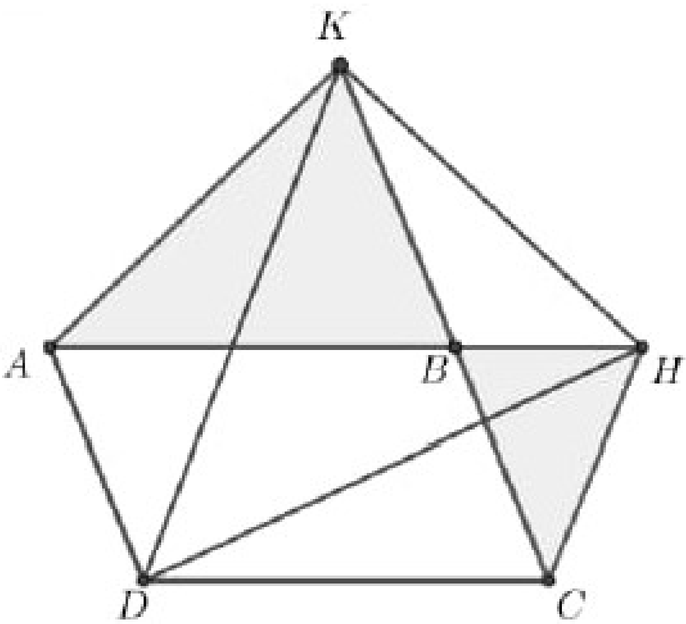
Osservo, grazie all'ipotesi 3, la congruenza degli angoli ABK e CBH perché opposti al vertice. A questo punto, sfruttando il teorema che caratterizza i triangoli isosceli, ovvero che in un triangolo la congruenza di due lati equivale alla congruenza [[di due angoli]] [dei due angoli opposti], deduco che gli angoli al vertice dei triangoli ABK e BCH, [[nonché]] [ossia] BAK e BCH, sono congruenti in quanto differenza di angoli congruenti.

A questo punto, considero i triangoli ADK e DHC.



Di questi triangoli conosco la ≅ dei segmenti AK e CD e dei segmenti AD e CH per quanto dimostrato precedentemente. Ho motivato anche la congruenza degli angoli BAK e BCH; inoltre, posso dire che gli angoli BAD e BCD sono ≅ poiché angoli opposti di un parallelogramma. Di conseguenza, osservo che gli angoli DAK e DCH sono ≅ in quanto somma di angoli congruenti tra loro.
A questo punto, applico il primo criterio di congruenza ai triangoli ADK e DHC: deduco la loro congruenza e quella dei lati DH e DK.

6) Soluzione inviata da Bianca del Bucchia, classe 2^E, Liceo scientifico Barsanti e Matteucci, Viareggio (LU)



<u>Ipotesi</u>

$ABCD$ è parallelogramma
A, B, H sono allineati
K, B, C sono allineati
$AB \cong AK$
$BC \cong CH$

<u>Tesi</u>

KDH è un triangolo isoscele

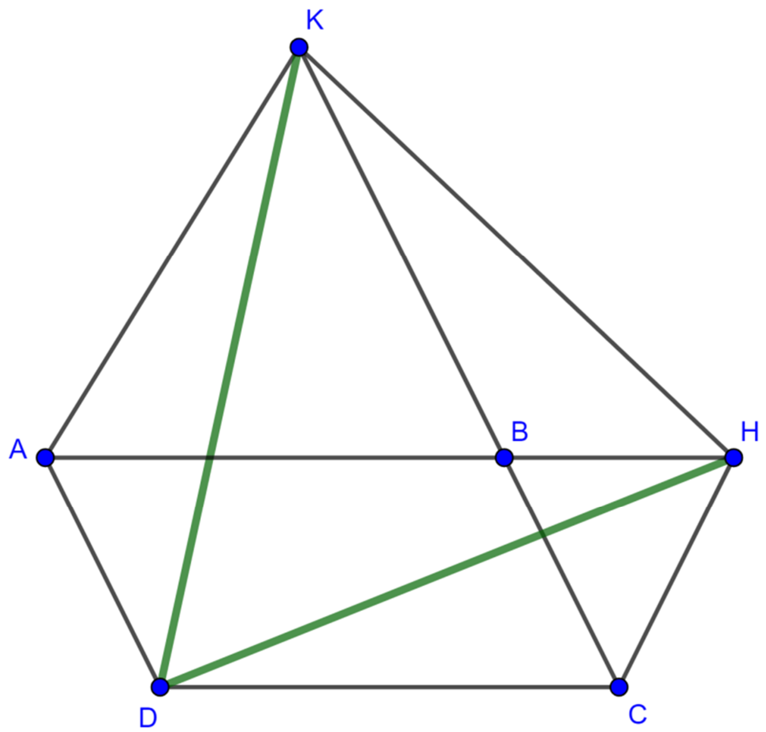
<u>Dimostrazione</u>

$\left[\left[\widehat{DAC}\right]\right]$ $[DAB] \cong \alpha$ per costruzione
CBH triangolo isoscele perché ha i lati $BC \cong CH$ per ipotesi
ABK triangolo isoscele perché ha i lati $AB \cong AK$ per ipotesi
$\left[\left[\widehat{DAC}\right]\right]$ $[DAB] \cong \widehat{DCB} \cong \alpha$ perché sono angoli opposti di $ABCD$ parallelogramma
$\widehat{CBH} \cong \widehat{DCB} \cong \alpha$ perché sono angoli alterni interni di $AH \parallel DC$ tagliate da BC
$\widehat{BHC} \cong \widehat{CBH} \cong \alpha$ perché sono angoli alla base di CBH triangolo isoscele
Perciò deduciamo che $\widehat{BCH} \cong \left[[90 - \alpha]\right][180° - 2\alpha]$ perché $\widehat{BCH}$ è l'angolo opposto alla base di CBH triangolo isoscele
$\widehat{ABK} \cong \widehat{CBH} \cong \alpha$ perché sono angoli opposti al vertice
$\widehat{AKB} \cong [[\widehat{ABH}]]$ $[ABK] \cong \alpha$ perché sono angoli alla base di ABK triangolo isoscele
Perciò deduciamo che $\widehat{KAB} \cong \left[[90 - \alpha]\right][180° - 2\alpha]$ perché $\widehat{KAB}$ è l'angolo opposto alla base di AKB triangolo isoscele
Perciò deduciamo che $\widehat{BCH} \cong \widehat{KAB}$ perché sono entrambi $\left[[90 - \alpha]\right][180° - 2\alpha]$

$AB \cong DC$ perché sono lati opposti di $ABCD$ parallelogramma
$AK \cong DC$ perché sono entrambi congruenti a AB
$AD \cong BC$ perché sono lati opposti di $ABCD$ parallelogramma
$AD \cong HC$ perché sono entrambi congruenti a BC
Consideriamo i triangoli AKD e DHC, essi hanno:

- $AK \cong DC$ come già dimostrato
- $AD \cong HC$ come già dimostrato
- [[$\widehat{BCH} \cong \widehat{KAB}$ come già dimostrato]] [KAD≅ DCH perché somme di angoli congruenti]

Questo ci porta dire che $AKD \cong DHC$ per il primo criterio di congruenza
Perciò deduciamo $DK \cong DH$ perché sono elementi corrispondenti di triangoli congruenti
Perciò deduciamo che <u>KDH è un triangolo isoscele</u> perché ha i lati $DK \cong DH$ per precedente dimostrazione



In conclusione, la congruenza dei lati DK e DH equivale a dire che il triangolo KDH sia isoscele sulla base HK.

C. V. D.

7) Soluzione inviata da Chiara Paradiso e Annachiara Russo, 3^B, Liceo Scientifico "G. Rummo", Benevento.

IPOTESI

- ABCD parallelogramma
- AKB triangolo isoscele
  -AK≅ AB
  -AK^B≅ KB^A
- BCH triangolo isoscele
  - BC ≅ HC
  - CB^H ≅ CH^B

TESI

KDH triangolo isoscele → KD ≅ HD

DIMOSTRAZIONE

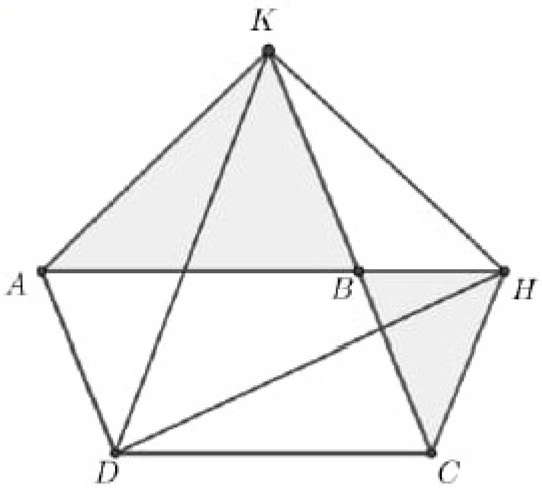
Considero AKD triangolo e DHC triangolo, essi hanno:
-AK≅DC perché DC≅AB (per proprietà parallelogramma) ≅ AK ;
-CH≅ AD perché AD≅BC (per proprietà parallelogramma) ≅ HC ;
- HC^D ≅ KA^D perché :
BC^D≅DA^B (per proprietà parallelogramma) e
HB^C≅KB^A (perché opposti al vertice) →
→ CH^B≅CB^H (per ipotesi)≅KB^A≅ AK^B (per ipotesi) → KA^B≅BC^H
[si doveva motivare questa affermazione]

per somma di angoli congruenti HC^D≅KA^D

↓

Secondo il primo criterio di congruenza dei triangoli,
i triangoli AKD e DHC sono congruenti e visto che ad elementi congruenti si oppongono elementi congruenti: DH≅KD → KDH triangolo isoscele

8) Soluzione inviata da Edoardo Di Manno, Liceo scientifico "Barsanti e Matteucci", 2^E, Viareggio (LU)



Ipotesi:
ABCD parallelogramma
A,B,H allineati
C,B,K allineati
ABK isoscele su base BK
BCH isoscele su base BH

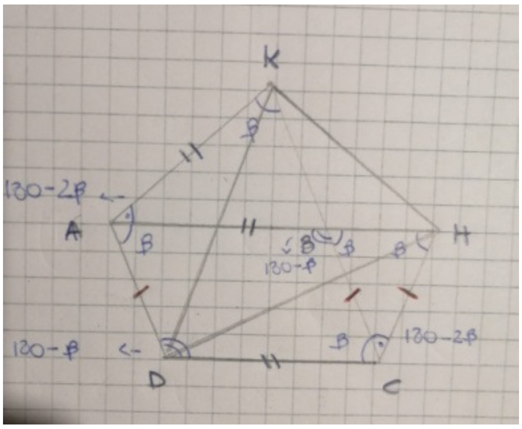
Tesi:
KDH isoscele

Dimostrazione:

- $\widehat{CBH} \cong \widehat{BHC}$ perché angoli all scele per ipotesi
- $\widehat{AKB} \cong \widehat{ABK}$ perché angoli alla base di un triangolo isoscele per ipotesi
- $\widehat{ABK} \cong \widehat{CBH}$perché angoli opposti al vertice
- $\widehat{AKB} + \widehat{ABK} \cong \widehat{CBH} + \widehat{BHC}$ perché somma di angoli congruenti
- $\widehat{KAB} \cong \widehat{BCH}$ perché angoli supplementari [di] angoli congruenti ($\widehat{AKB} + \widehat{ABK} \cong \widehat{CBH} + \widehat{BHC}$)
- BC ≅ CH per ipotesi e BC ≅ AD per ipotesi, di conseguenza AD ≅ CH per proprietà transitiva
- AB ≅ DC per ipotesi e AB ≅ AK per ipotesi, di conseguenza AK ≅ DC per proprietà transitiva
- $\widehat{DAB} \cong \widehat{DCB}$ per proprietà parallelogramma
- Considero i triangoli DAK e HCD essi hanno:
  AK ≅ CD per precedente dimostrazione
  AD ≅ CH per precedente dimostrazione
  $\widehat{DAK} \cong \widehat{HCD}$ perché somma di angoli congruenti
- DAK ≅ HCD per il primo 1°criterio congruenza dei triangoli, di conseguenza DH ≅ DK perché elementi corrispondenti di triangoli congruenti
- KDH triangolo isoscele perché DH ≅ DK

9) Soluzione inviata da Ilaria Pardi, Liceo Barsanti e Matteucci, Liceo Scientifico, Classe 2° Viareggio (LU)

[Non scrive la sezione della classe. Presenta una figura piccolissima e scansionata. Scrive “180” invece di “180°”]



Ipotesi:

ABCD parallelogramma

CH = CB

AB = AK

Tesi:

DKH = triangolo isoscele

Dimostrazione:

Chiamiamo β gli angoli $B\hat{H}C$ e $C\hat{B}H$, i quali sono congruenti per ipotesi.

Per somma di angoli interni di un triangolo $B\hat{C}H$ = 180-2β

$A\hat{B}C$ = 180-β perché $C\hat{B}H$ e $C\hat{B}A$ sono supplementari fra di loro. Ma ABCD è un parallelogramma per ipotesi, quindi anche $A\hat{D}C$ = 180-β, e $D\hat{A}B$ e $B\hat{C}D$ sono anche essi β per somma di angoli interni di un quadrilatero: [[360°-(180°-β+180°-β)]:2= β : uso delle parentesi !] .

Il quadrilatero AKCD è un trapezio isoscele per ipotesi (AD parallelo a KC e AK = DC), quindi $A\hat{K}C$ e $K\hat{C}D$ sono congruenti, sappiamo che $K\hat{C}D$ = β, di conseguenza $A\hat{K}C$ = β.

Per le proprietà del trapezio isoscele i due angoli adiacenti ai lati obliqui sono supplementari fra di loro; ne segue che $D\hat{A}K$ = 180°-β

A questo punto possiamo affermare che i due triangoli ADK e DCH sono congruenti per il primo criterio:

- DC = AK per ipotesi
- AD = CH per ipotesi
- $D\hat{A}K$ =180°-β e $D\hat{C}H$ = $H\hat{C}B$ + $D\hat{C}K$ =180°-2β+β = 180°-β

  Dimostrata la congruenza fra i triangoli possiamo dire che DK = HD, ma DK e HD sono i lati del triangolo DHK , di conseguenza gli angoli alla base del triangolo sono anche essi congruenti e allora si è dimostrata la tesi, ovvero che DHK è isoscele.

10) Soluzione proposta da Luca Pusceddu & Simone Filigheddu
Classe II N, Liceo Scientifico “A. Pacinotti”, Cagliari

Ipotesi

- ABCD parallelogramma
- AK $\cong$ AB
- BC $\cong$ CH

Tesi

- KDH isoscele

Dimostrazione

Gli angoli ABK e HBC, sono congruenti perché opposti al vertice.

Gli angoli AKB e ABK sono congruenti perché angoli alla base del triangolo ABK isoscele per ipotesi.
Gli angoli HBC e BHC sono congruenti perché angoli alla base del triangolo BCH isoscele per ipotesi.
Per la proprietà transitiva AKB $\cong$ ABK $\cong$ HBC $\cong$ BHC.

Quindi gli angoli KAB e HCB, sono congruenti perché angoli al vertice di triangoli isosceli con angoli alla base congruenti.

Si considerino i triangoli ADK e HCD, che hanno:

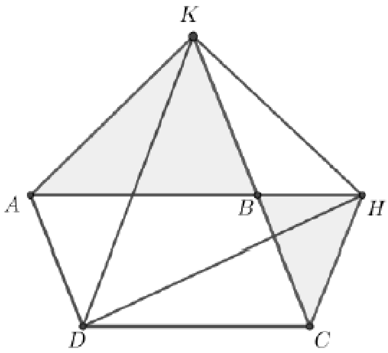
- AD $\cong$ BC perché lati opposti del parallelogramma ABCD e BC $\cong$ CH per ipotesi, quindi AD $\cong$ CH per la proprietà transitiva;
- AB $\cong$ CD perché lati opposti del parallelogramma ABCD e AK $\cong$ AB per ipotesi, quindi AK $\cong$ CD per la proprietà transitiva;
- KAD $\cong$ KAB + BAD,
  HCD $\cong$ HCB + BCD,
  KAB $\cong$ HCB come precedentemente dimostrato,
  BAD $\cong$ BCD perché angoli opposti del parallelogramma ABCD,
  Quindi KAD $\cong$ HCD perché somme di angoli congruenti.

Quindi i triangoli ADK e HCD sono congruenti per il I criterio di congruenza dei triangoli, in particolare DK $\cong$ DH perché lati corrispondenti di triangoli congruenti.

Si consideri il triangolo KDH che ha DK ≅ DH per quanto precedentemente dimostrato, quindi KDH è isoscele.

[Tutti gli angoli indicati nel testo andrebbero correttamente scritti con l'accento circonflesso sul punto che indica il vertice dell'angolo].

10) Soluzione proposta da Filippo Belletato 1R   Liceo scientifico "Antonio Roiti", Ferrara



L'obiettivo del problema è quello di dimostrare che il triangolo KDH è isoscele.
Per definizione un triangolo è isoscele quando ha due lati o due angoli congruenti, quindi per dimostrare che il triangolo KDH è isoscele proveremo a dimostrare che i lati DK e DH sono congruenti.
All'interno della dimostrazione useremo i criteri di congruenza dei triangoli, in particolare il primo criterio di congruenza, il quale afferma che due triangoli sono congruenti se hanno due lati e l'angolo tra essi compreso rispettivamente congruenti.
Difatti, dimostrando che i due triangoli DAK e DCH sono [[uguali]] [congruenti] per il primo criterio di congruenza, potremo affermare che i lati KD e DH sono congruenti e, quindi che il triangolo KDH è isoscele.
Il lato AK è [[uguale]] [congruente] al lato AB, poiché il problema afferma che il triangolo ABK è isoscele sulla base BK.
Il lato AB è inoltre [[uguale]] [congruente] al lato DC, perché sono due lati opposti del parallelogramma.
Quindi AK=DC.
Il lato CH è congruente al lato BC, in quanto il problema afferma che il triangolo BCH è isoscele sulla base BH.
Il lato BC è [[uguale]] [congruente] anche al lato AD, perché questi ultimi rappresentano due lati opposti di un parallelogramma.
Di conseguenza AD=CH.
Avendo dimostrato che AK≅DC e AD≅CH, per completare il primo criterio di congruenza dei triangoli, si dovrà dimostrare che gli angoli DÂK e DĈH sono congruenti.
DÂK=DÂB+BÂK
DĈH= DĈB+BĈH
Gli angoli DÂB e DĈB sono congruenti, poiché sono due angoli opposti di un parallelogramma.
L'angolo BÂK è [[uguale]] [congruente] alla differenza tra 180° e i due angoli congruenti del triangolo isoscele ABK. I due angoli congruenti di questo triangolo verranno indicati convenzionalmente con il simbolo α.

BÂK= 180°- 2 α

L'angolo $B\hat{C}H$ è anch'esso dato dalla differenza tra 180° e i due angoli congruenti del triangolo isoscele BCH. Gli angoli congruenti di questo triangolo verranno indicati convenzionalmente con il simbolo β

$$B\hat{C}H=180°-2\,\beta$$

Inoltre gli angoli α e β sono angoli opposti al vertice e di conseguenza sono congruenti

$$\alpha\cong\beta$$

Ciò vuol dire che:

$B\hat{A}K= 180°- 2\,\alpha$ e $B\hat{C}H=180°-2\,\alpha$

Quindi: $B\hat{A}K\cong B\hat{C}H$.

Questo dimostra che $D\hat{A}B+B\hat{A}K= D\hat{C}B+B\hat{C}H$ e di conseguenza $D\hat{A}K\cong D\hat{C}H$

Avendo dimostrato che:

-$AK\cong DC$

-$AD\cong CH$

- $D\hat{A}K\cong D\hat{C}H$

si può affermare che i triangoli DAK e DCH sono congruenti, in particolare sappiamo così che il lato DH è [[uguale]] [congruente] al lato DK, condizione sufficiente per affermare che il triangolo KDH è isoscele.