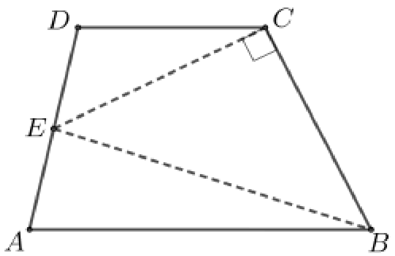
FLAT*landia*

"Abbi pazienza, ché il mondo è vasto e largo" *(Edwin A. Abbott)*

Flatlandia – Problema 4 – 31 maggio 2020 - Commento alle soluzioni ricevute

Il testo del problema

Sia $ABCD$ un trapezio di basi AB e CD. Detto E il punto medio del lato AD, supponiamo che il triangolo BCE sia rettangolo isoscele sulla base EB.
a) Proporre una costruzione con riga e compasso, o con un software di geometria, della figura. Il trapezio è unico?
b) Sapendo che il lato BC misura 2, trovare l'area del trapezio.
Motivare le risposte.



Commento

Sono arrivate 7 risposte da classi II di Liceo scientifico.

Il problema poneva un quesito relativo a un particolare trapezio con "inscritto" un triangolo rettangolo isoscele, con un lato coincidente con uno dei lati "obliqui" del trapezio e con il vertice opposto a tale lato, punto medio dell'altro lato obliquo del trapezio.
Nella prima parte occorreva costruire e motivare la figura "con riga e compasso" oppure, in modo equivalente, con un software di geometria.
Successivamente occorreva dire e motivare se la soluzione fosse unica e infine trovare l'area del trapezio dato.

Alcune delle soluzioni arrivate si sono forse dilungate un po' troppo nella prima parte, che poteva essere svolta in forma più breve e stringata. È comunque da apprezzare anche l'analisi molto particolareggiata della figura proposta da alcuni solutori.
È però importante notare che, una volta indicati i passi della costruzione, bisogna dare, almeno per sommi capi, la giustificazione del perché si ottiene la figura richiesta.

Sono arrivate risposte dalle seguenti scuole:
-Liceo scientifico "G. Alessi", Perugia (4 soluzioni)
-Liceo scientifico "Barsanti e Matteucci", Viareggio (LU)
-Liceo scientifico "Aristosseno", Taranto
-Liceo "Giorgione", Castelfranco Veneto (TV)

Nota. *Nelle soluzioni riportate, le correzioni, le aggiunte o i commenti sono scritti fra parentesi quadre. Con doppia parentesi quadra vengono indicate le parti omesse.*

Soluzioni arrivate e commento

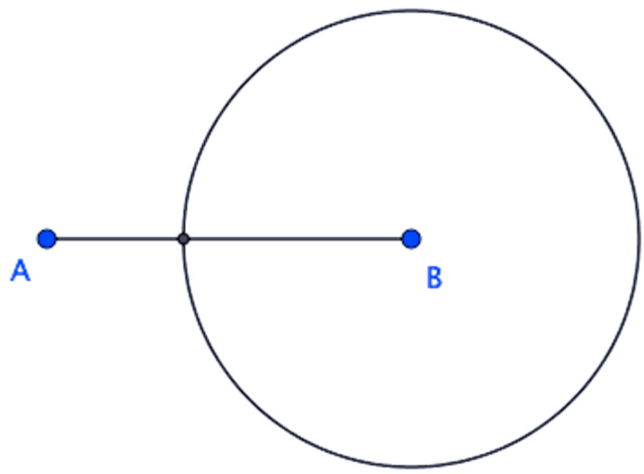
1)Soluzione proposta da Nicola Scorpioni, classe 2ªE, Liceo Scientifico Galeazzo Alessi, Perugia)

a) Proporre una costruzione della figura con riga e compasso, o con un software di geometria, della figura.
Il trapezio è unico?

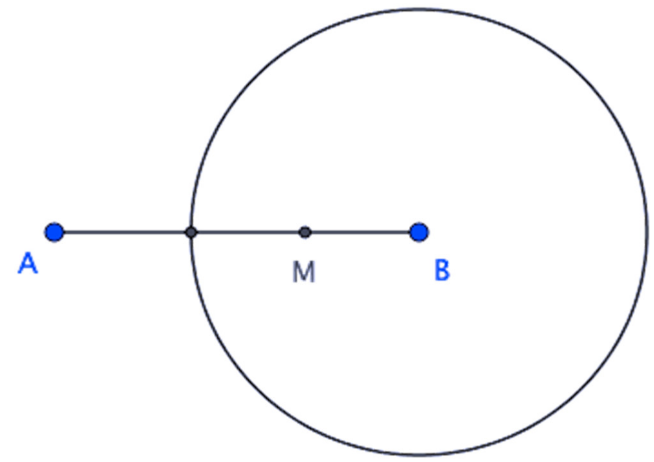
È possibile costruire la figura indicata semplicemente utilizzando riga e compasso oppure attraverso l'ausilio di un software di geometria, ad es. GeoGebra, che è proprio stato utilizzato in questo caso.

<u>STEP 1</u>: traccio nel piano un segmento AB di misura a scelta;

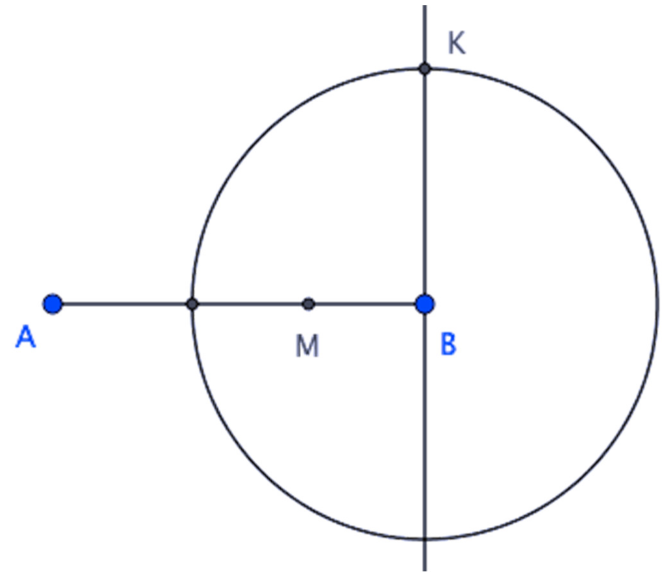
<u>STEP 2</u>: punto il compasso in B e traccio una circonferenza, anch'essa di raggio a scelta purché minore della misura di AB;



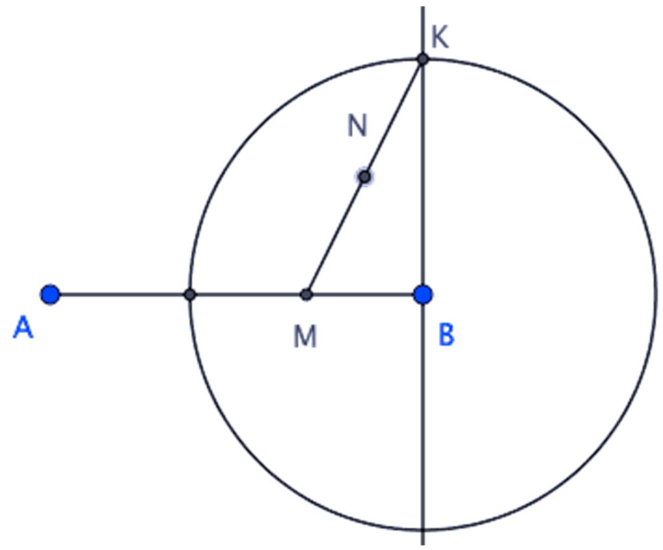
<u>STEP 3</u>: traccio il raggio dal centro della circonferenza in direzione dell'estremo A e ne prendo il punto medio M;



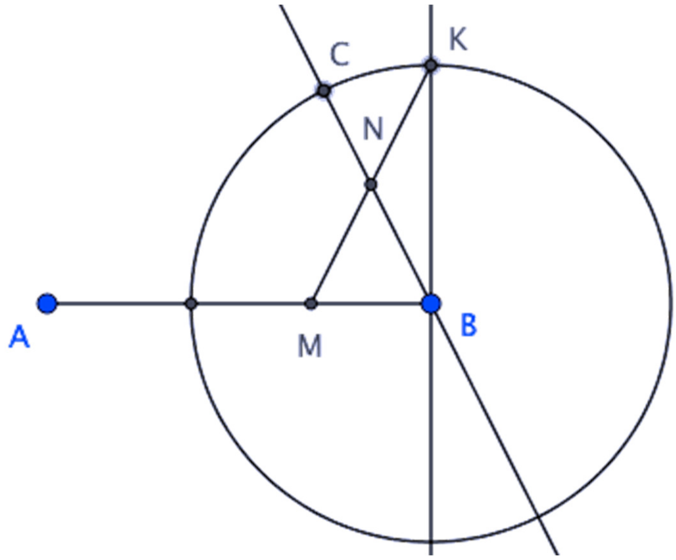
<u>STEP 4</u>: traccio la perpendicolare al segmento AB passante per il punto B e prendo il punto d'intersezione, che chiamerò K, con la circonferenza al di sopra di B;



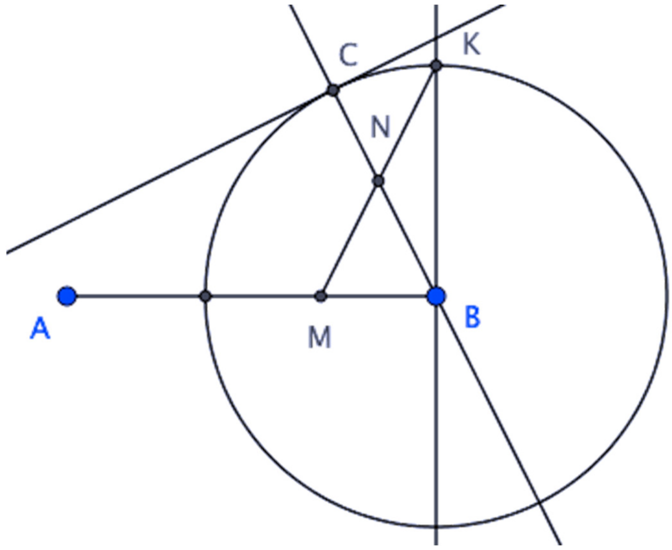
<u>STEP 5</u>: traccio il segmento MK e ne prendo il punto medio, che chiamerò N;



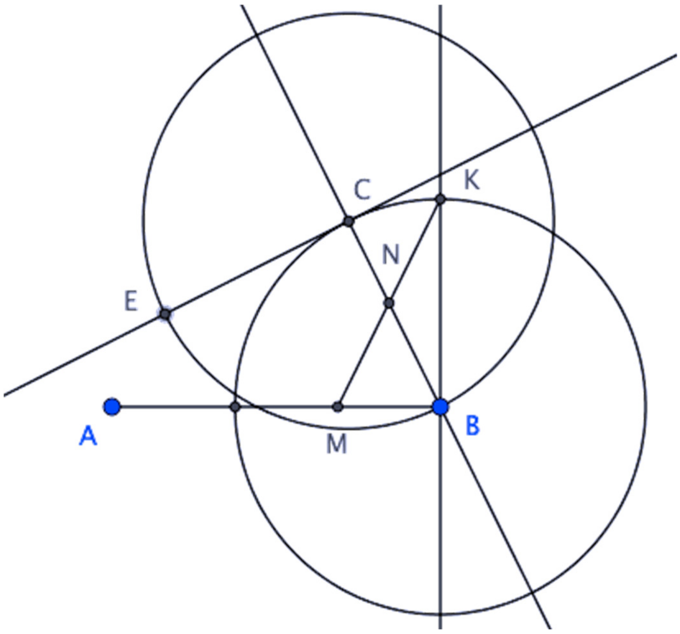
STEP 6: traccio la retta BN ed evidenzio il punto d'intersezione, che chiamerò C, che forma con la circonferenza sempre al di sopra del centro B;



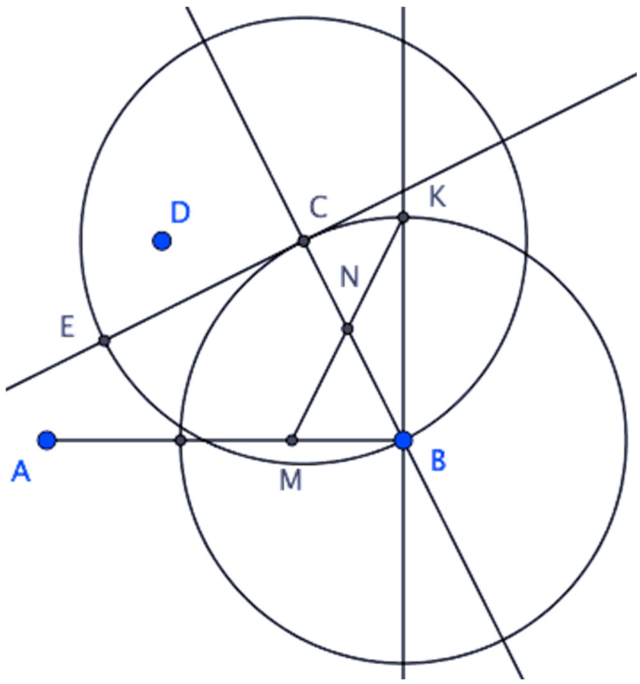
STEP 7: a questo punto, traccio la retta tangente alla circonferenza nel punto C, che è quindi perpendicolare alla retta BC;



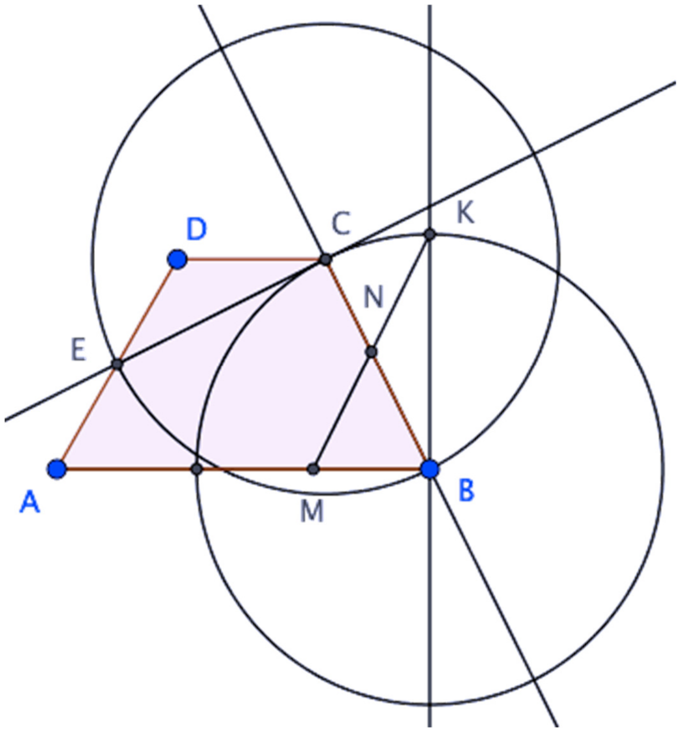
STEP 8: quindi, punto il compasso in C e, con ampiezza pari a CB, [traccio la circonferenza di centro B passante per C e la] interseco [con] la retta appena tracciata nel punto E;



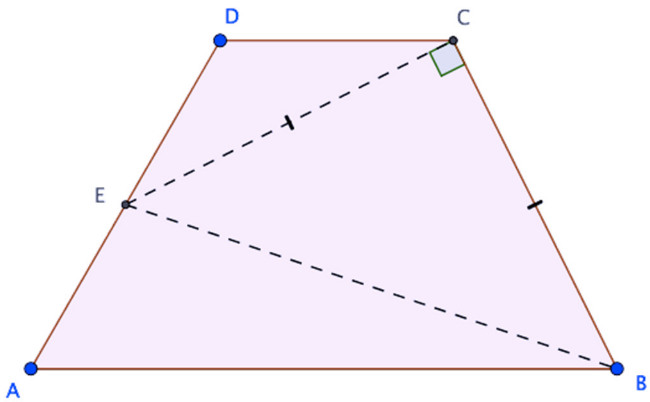
STEP 9: infine, dovendo essere E il punto medio del lato AD, il vertice D sarà il simmetrico di A rispetto al punto E stesso;



STEP 10: congiungo i punti A, B, C e D a formare un trapezio;



STEP 11: tratteggio le diagonali CE e BE, come mostrato nella figura originale, ed evidenzio il fatto [che] BC e CE sono congruenti e perpendicolari.



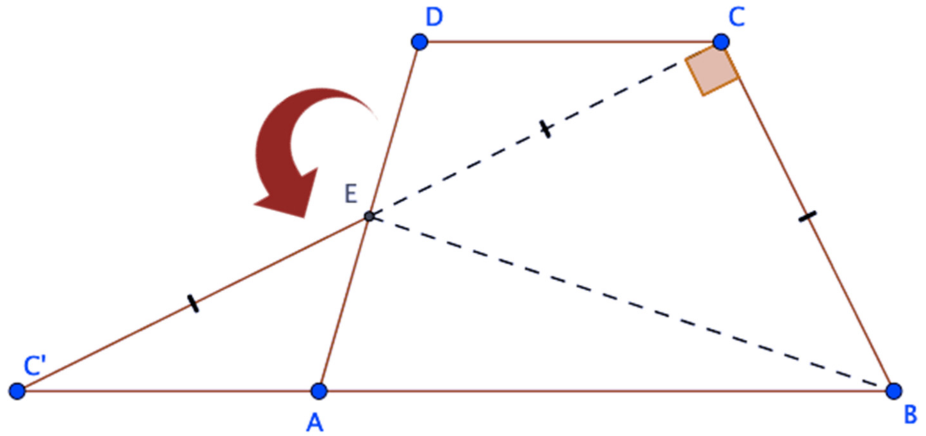
[La costruzione è descritta accuratamente, ma manca la giustificazione finale del perché quel che si ottiene è proprio quello che si voleva].
Per l'appunto, il trapezio disegnato non è unico, in quanto nei primi due step della costruzione avremmo potuto tranquillamente scegliere qualsiasi misura, sia per quanto riguarda il segmento AB che per il raggio della circonferenza con centro B.

In base alle indicazioni fornite dal testo, infatti, possiamo disegnare trapezi differenti in quanto possono variare le misure scelte in fase di costruzione.

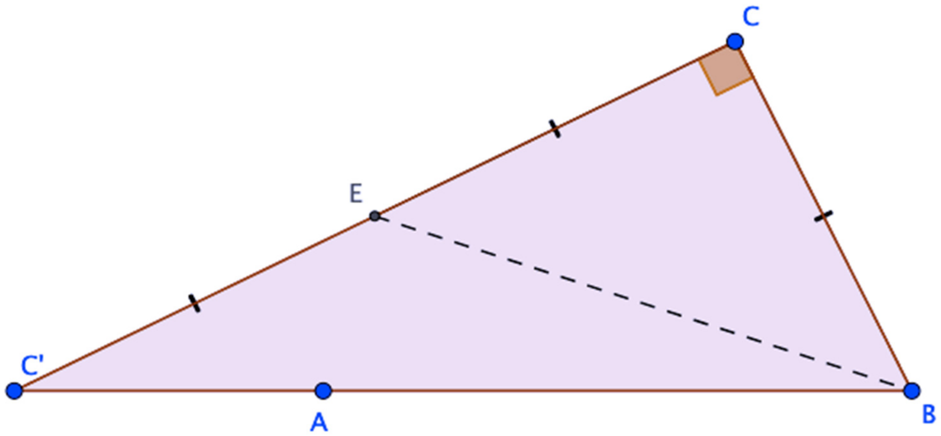
b) Sapendo che il lato BC misura 2, trovare l'area del trapezio.

Per ipotesi, sulla base dei dati forniti dal testo, sappiamo che l'angolo $E\hat{C}B$ è retto e anche che, essendo ECB un triangolo isoscele, $BC \cong CE$, il che significa, parlando di misura dei due segmenti, che $\overline{BC} = \overline{CE} = 2$.
Inoltre, siamo a conoscenza del fatto che E è il punto medio del lato AD, pertanto $AE \cong ED$: ciò significa che $\overline{AE} = \overline{ED}$, anche se non abbiamo il numero reale che rappresenta la misura dei due segmenti.

Con la figura e i dati forniti non è possibile riuscire a calcolare [direttamente] l'area dell'intero trapezio: tuttavia, è possibile scomporre e successivamente ricomporre il poligono per formare un unico triangolo.
Ciò è possibile prendendo in considerazione il triangolo CDE e ruotandolo di 180° in senso antiorario rispetto al vertice E, che rimane unito nella trasformazione geometrica della figura: essa rappresenta un'isometria, pertanto rimangono invariati il parallelismo tra le rette, la misura dei segmenti e l'ampiezza degli angoli.
Di conseguenza, come mostrato nella figura seguente, è possibile ottenere un solo triangolo di vertici B, C e C'.



In particolare, come si evince dall'immagine, il corrispondente di **CDE CDE** nella trasformazione è il triangolo AC'E: analizzando la figura, possiamo notare che la misura del lato C'E è uguale a quella di CE poiché segmenti corrispondenti nella rotazione effettuata, che è appunto un'isometria.



A questo punto, per trovare l'area della figura iniziale, è sufficiente andare a calcolare l'area del triangolo BCC', che è rettangolo in B$\hat{C}$C' e di cui conosciamo le misure dei cateti.
Pertanto, l'area della figura è uguale alla metà del prodotto tra le misure dei due cateti BC e CC':

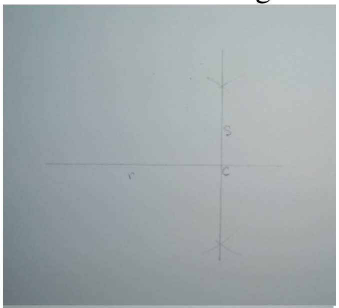
$$\mathbf{A} = \frac{\overline{\mathbf{BC}} \cdot \overline{\mathbf{CC'}}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{2} \cdot (\mathbf{2} + \mathbf{2})}{\mathbf{2}} = \mathbf{2} + \mathbf{2} = \mathbf{4}$$

<u>Perciò, l'area del trapezio iniziale, calcolata come descritto nei vari procedimenti, è uguale a 4.</u>

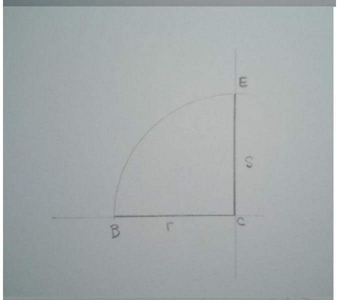
2)Soluzione proposta da Margherita Zucchelli, classe 2^E, Liceo scientifico "Barsanti e Matteucci", Viareggio (LU)

[Consigliamo di usare un software di geometria]

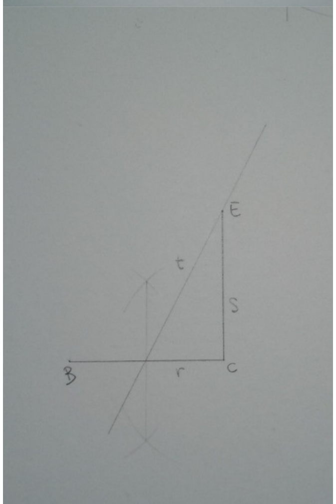
Costruzione della figura con riga e compasso:



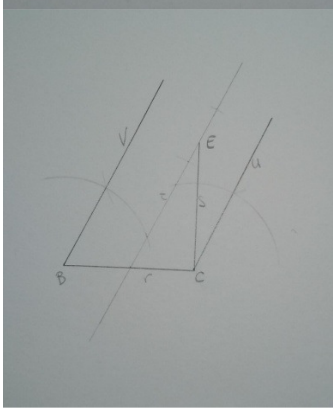
Traccio la retta r e la sua perpendicolare s. Chiamo C il punto di intersezione delle due rette.



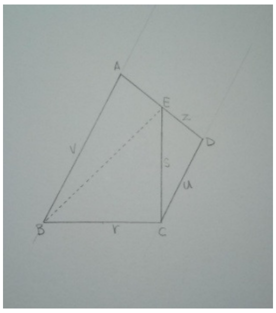
Chiamo B e E due punti appartenenti rispettivamente alle rette r e s, equidistanti da C.



Traccio una retta t passante per E e il punto medio del segmento BC.



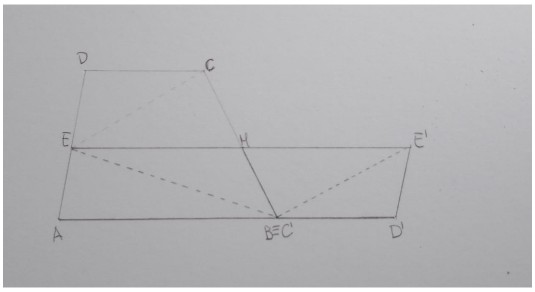
Traccio le rette v e u parallele alla retta t e passanti rispettivamente per i punti B e C.



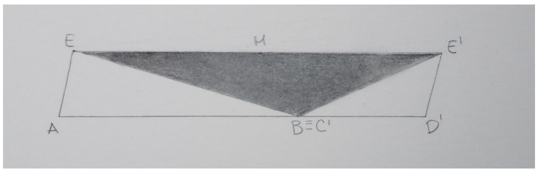
Traccio [una] [[la]] retta z passante per E tale che non intersechi il segmento BC. Chiamo A e D rispettivamente le intersezioni della retta z con le rette v e u.

Il trapezio non è unico perché esistono infinite rette passanti per E che non intersecano il segmento BC.
[Si poteva dire qualcosa in più sul perché si ottiene il trapezio richiesto]

Dimostro che l'area del triangolo BCE è equivalente a metà dell'area del trapezio ABCD:



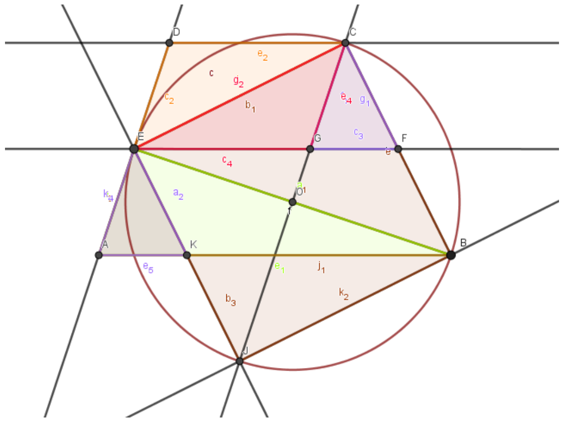
Chiamo M il punto medio di BC.
Ruoto il trapezio EMCD di 180° rispetto a M.
[[Ottengo]] [Il triangolo] EBE' è equivalente al triangolo BCE perché somma di figure congruenti e perché la rotazione è un'isometria.
Ottengo anche il parallelogramma AD'E'E equivalente al trapezio ABCD.



L'area del triangolo EBE' è uguale a $EE' \times h \div 2$ $EE' \times h \div 2$
L'area del parallelogramma è uguale a $EE' \times h$ $EE' \times h$
Area triangolo BCE = $BC \times CE \div 2$ $BC \times CE \div 2$ $= 2cm \times 2cm \div 2 = 2cm^2$ $2cm \times 2cm \div 2 = 2cm^2$
Area trapezio ABCD = area triangolo $\times 2 = 2cm^2 \times 2 = 4cm^2$ $\times 2 = 2cm^2 \times 2 = 4cm^2$

3)Soluzione proposta dalla classe 2^B Liceo Scientifico “Aristosseno” di Taranto

a) Per costruire un trapezio che abbia il triangolo ECB rettangolo isoscele partiamo dalla costruzione del triangolo rettangolo isoscele attraverso la circonferenza circoscritta al quadrato di lato CB ; tracciamo quindi l’asse di EB e la mediana EF relativa al lato BC . Siccome EF divide in parti congruenti sia il lato BC del trapezio che il lato AD , per costruire quest’ultimo tracciamo la parallela da E a CG e poi le parallele ad EF da B e da C così da ottenere dalle intersezioni di queste ultime due parallele con la prima i due vertici A e D del trapezio ABCD.



[Si poteva aggiungere qualcosa per spiegare perché quello ottenuto è il trapezio cercato].

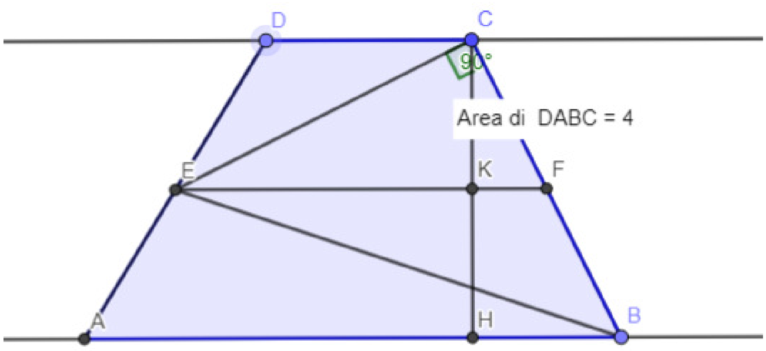
b) Se il lato obliquo BC misura 2, l’area del trapezio è 4. Questo si può spiegare in due modi diversi.

1) Essendo il triangolo ECF rettangolo in C ed essendo CE = 2 e CF = 1 per il teorema di Pitagora sarà EF = $\sqrt{5}\sqrt{5}$ L’altezza [relativa all’ipotenusa] del triangolo rettangolo ECF è data dal prodotto dei cateti diviso per l’ipotenusa : h =$\frac{2}{\sqrt{5}}\frac{2}{\sqrt{5}}$ e , grazie al teorema di Talete , l’altezza del trapezio sarà il suo doppio : H = $\frac{4}{\sqrt{5}}\frac{4}{\sqrt{5}}$. Poiché sappiamo inoltre ,grazie ad un teorema ,che EF = (AB + CD)/2 , l’area del trapezio sarà S(ABCD)= EF x H = $\sqrt{5}\sqrt{5}$ x $\frac{4}{\sqrt{5}}\frac{4}{\sqrt{5}}$ = 4 .

2)Il trapezio è equivalente al quadrato di lato BC perché come mostra la figura questo quadrato è composto dal parallelogramma EKBF e dai due triangoli rettangoli congruenti ed equivalenti ECF e BKJ(per simmetria della figura) . Il triangolo ECF (e quindi anche BKJ) è però a sua volta composto dai triangoli ECG (congruente ed equivalente al triangolo [EDC] [[EGC]]) e CGF(congruente ed equivalente ad AKE).Essendo perciò BKJ equivalente alla somma dei triangoli ECD ed AKE ,il trapezio ha la stessa area del quadrato di lato BC, [ossia 4].

4)Soluzione proposta da Chiara Stocco, Classe 2^B Scientifico Ordinario, Liceo Statale "Giorgione" di Castelfranco Veneto (TV)

a) [[Link alla figura….]]



Il trapezio non è unico poiché spostando il punto D, appartenente alla retta di una delle basi, il trapezio mantiene le sue caratteristiche espresse nel testo del problema. Infatti AE è sempre congruente ad ED per il Teorema di Talete.

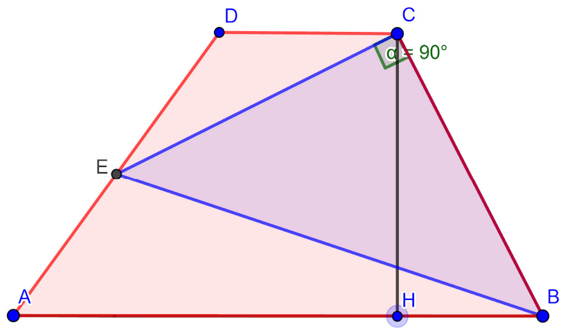
b)
Traccio EF parallelo a CD e AB che interseca CB in F.
Traccio l'altezza *CH* che interseca *EF* in *K* e *AB* in *H*.
DE = *EA* per ipotesi. Quindi, essendo *AB* e *CD* parallele per ipotesi) *CK* = *KH* e *CF* = *FB* per il teorema di Talete.
Quindi *CF* = *FB* = *CB*/2 = 1
$EF = \sqrt{EC^2 + CF^2}\, EF = \sqrt{EC^2 + CF^2} = \sqrt{2^2 + 1^2}\sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}\sqrt{5}$ = per il Teorema di Pitagora
$AB + CD = 2\ EF = 2\sqrt{5}\sqrt{5}$ per il Teorema del segmento che unisce i punti medi dei lati obliqui di un trapezio.

$CK = \sqrt{EF * FK}\sqrt{EF * FK}$ per il 2° Teorema di Euclide [sotto radice ci andava EK e non EF]
$EK = \frac{EC^2}{EF}\frac{EC^2}{EF} = \frac{4}{\sqrt{5}}\ \frac{4}{\sqrt{5}}$ per il 1° Teorema di Euclide
$KF = \frac{CF^2}{EF}\frac{CF^2}{EF} = \frac{1}{\sqrt{5}}\ \frac{1}{\sqrt{5}}$ per il 1° Teorema di Euclide
quindi $CK = \sqrt{\frac{4 * 1}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} * \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} CK = \sqrt{\frac{4 * 1}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} * \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

CH= 2 *CK* per dimostrazione precedente, quindi $CH = \frac{4\sqrt{5}}{5} CH = \frac{4\sqrt{5}}{5}$

L'area della superficie del trapezio A = $\frac{(AB + CD) * CH}{2}\frac{(AB + CD) * CH}{2} = 2\sqrt{5} * \frac{4\sqrt{5}}{5} * \frac{1}{2}$
$2\sqrt{5} * \frac{4\sqrt{5}}{5} * \frac{1}{2} = 4$

5)Soluzione proposta da Margherita Italiani, Mario Solinas, Classe 2L Liceo scientifico "G. Alessi" Perugia.
Le seguenti costruzioni sono state effettuate dagli alunni tramite il software di GeoGebra.



Ipotesi:

- ABCD=trapezio
- AB=base maggiore, CD=base minore
- E=punto medio del lato AD
- BCE=triangolo rettangolo isoscele sulla base EB

Richieste:

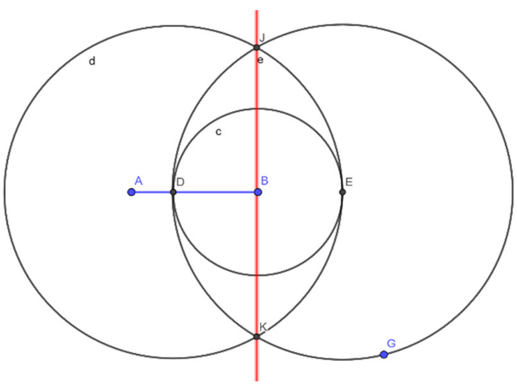
a) Proporre una costruzione con riga e compasso, o con un software di geometria, della figura. Il trapezio è unico?
b) Sapendo che il lato BC misura 2, trovare l'area del trapezio.

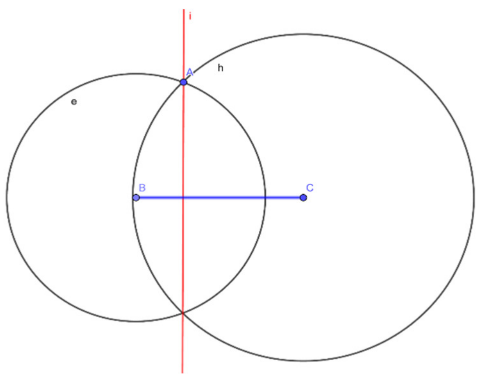
Risoluzione

a)

Per costruire il trapezio richiesto abbiamo utilizzato queste 3 costruzioni preliminari:

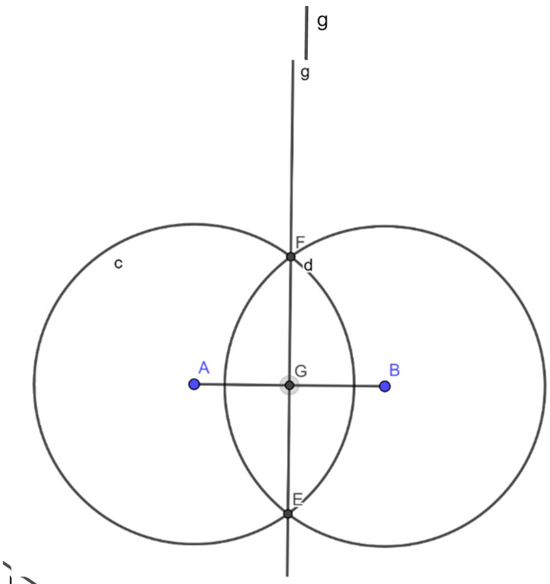
1. la perpendicolare ad un segmento passante per uno dei suoi estremi
2. la perpendicolare ad un segmento passante per un punto esterno al segmento





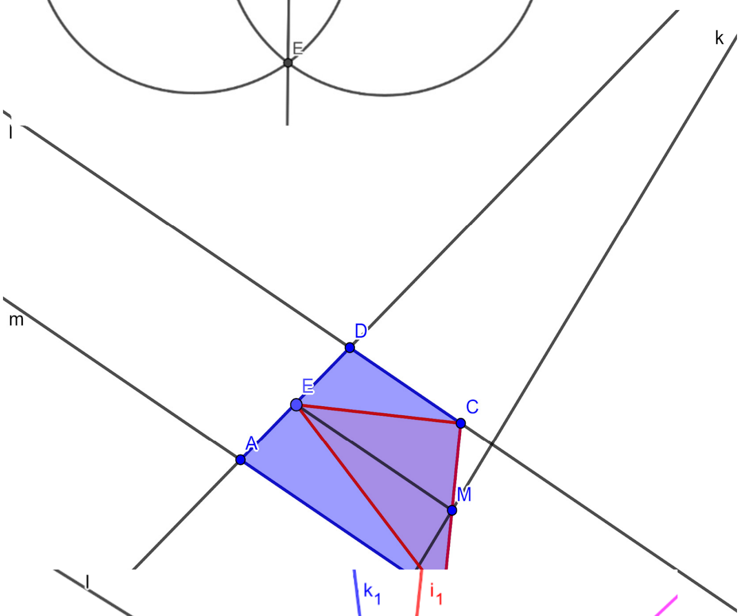
3. punto medio di un segmento

Dopo di che abbiamo costruito il triangolo rettangolo isoscele:

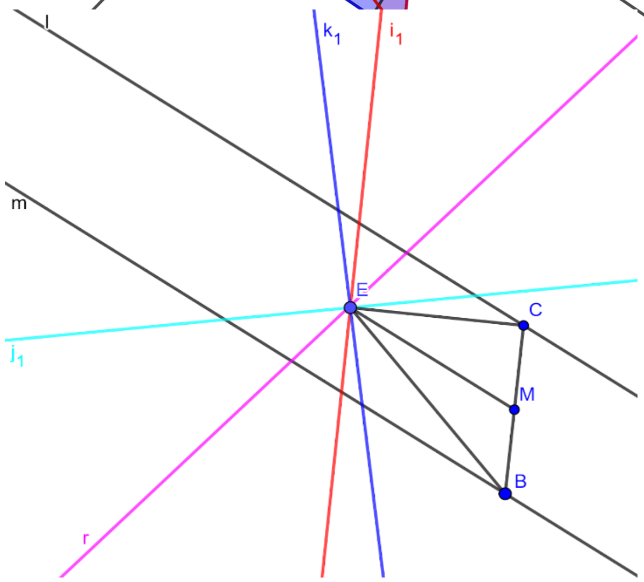


1. Dato un segmento AB, sia C il suo punto medio (costr.3).
2. Tracciamo la circonferenza di centro C e di raggio AC
3. Costruiamo l'asse di AB (g) (costr.1).
4. Sia E il punto di intersezione tra l'asse g e la circonferenza i.
5. Congiungiamo E con gli estremi A e B.
6. Otteniamo il triangolo rettangolo isoscele desiderato.

Infine, dal triangolo ricaviamo la costruzione del trapezio:



1. Sia BEC un triangolo rettangolo isoscele.
2. Tracciamo la mediana EM del triangolo BEC (costr.3).
3. Costruiamo la retta k perpendicolare alla mediana passante per M (costr.1)
4. Tracciamo le perpendicolari (l,m) a k passanti rispettivamente per i vertici C e B(costr.2).
5. Di conseguenza l,m ed EM sono parallele tra loro perché tutte perpendicolari a k.



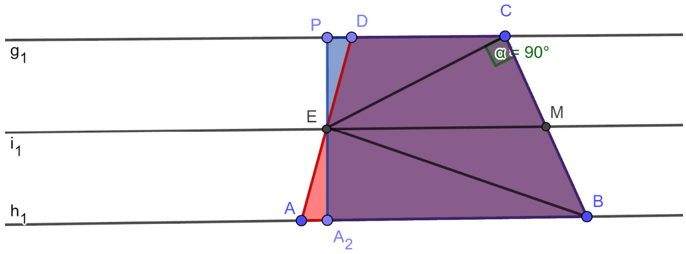
6. Tracciamo una qualsiasi retta r (escluse quelle passanti per E,C ed E,B) passante per E. La retta r interseca l e m rispettivamente in D e A.
7. Otteniamo così il trapezio ABCD voluto

(AE≅ED per il teorema di Talete applicato al fascio di parallele (l,m,EM) e alle trasversali AD e BC.

I trapezi che si ottengono con questa costruzione sono tanti quante le rette passanti per E che costituiscono un fascio proprio (tranne le rette passanti per E,C ed E,B che formano due triangoli).

Quindi si possono costruire infiniti trapezi che hanno E come punto medio di un lato obliquo(per il teorema di Talete) e BEC come triangolo rettangolo isoscele interno.

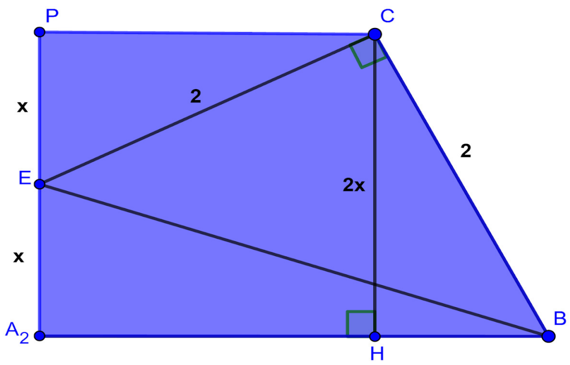
b)



Dimostriamo che tutti i trapezi che si ottengono mediante questa costruzione sono equivalenti. Prendiamo per esempio il trapezio rettangolo (A_2BCP) e un trapezio qualsiasi (ABCD).
Il poligono A_2BCDE costituisce la parte in comune dei 2 trapezi in figura.
Consideriamo i triangoli AEA_2 e EDP:

- $A\hat{E}A_2 \cong P\hat{E}D$ (opposti al vertice)
- $AE \cong ED$ per ipotesi
- $PE \cong EA_2$ per ipotesi

[Simbologia infelice!]
Quindi $AEA_2 \cong EDP$ per il primo criterio di congruenza tra triangoli.
Infine, possiamo affermare che i 2 trapezi sono equivalenti in quanto somme di poligoni equivalenti. Questa dimostrazione si può ripetere con qualsiasi coppia di trapezi ottenuti con la costruzione suddetta.



Consideriamo il trapezio rettangolo costruito precedentemente (equivalente al trapezio ABCD). Quindi calcoliamo la sua area attraverso una risoluzione algebrica: poniamo ***PE*** e ***A₂E*** come ***x*** con ***x***>0 e tracciamo l'altezza ***CH*** (**2*x***). Sappiamo inoltre che BC e CE misurano 2 e che BCE è un triangolo rettangolo per ipotesi.

Applichiamo il teorema di Pitagora al triangolo BCE: $\boldsymbol{BE} = \sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{8}$
Calcoliamo le basi del trapezio in funzione di x applicando il teorema di Pitagora rispettivamente ai triangoli PEC e A_2BE :

$$\boldsymbol{CP} = \sqrt{2^2-x^2} = \sqrt{4-x^2}\,; \quad \boldsymbol{A_2B} = \sqrt{(\sqrt{8})^2-x^2} = \sqrt{8-x^2}$$

Sapendo le misure di CP e A_2B: $\boldsymbol{HB} = A_2B - CP = \sqrt{8-x^2} - \sqrt{4-x^2}$
Per ricavare il valore di x, applichiamo il teorema di Pitagora al triangolo CHB e risolviamo la seguente equazione: $\boldsymbol{CH}^2 + \boldsymbol{HB}^2 = \boldsymbol{CB}^2$

$$2^2x^2+(\sqrt{8-x^2}-\sqrt{4-x^2})^2=2^2$$

$$\downarrow$$

$$4x^2+8-x^2+4-x^2-2(\sqrt{8-x^2})(\sqrt{4-x^2})=4$$

$$\downarrow$$

$$2x^2+8=2(\sqrt{8-x^2})(\sqrt{4-x^2})$$

$$\downarrow$$

$$x^2+4=(\sqrt{8-x^2})(\sqrt{4-x^2})$$

$$\downarrow$$

$$(x^2+4)^2=(8-x^2)(4-x^2)$$

$$\downarrow$$

$$x^4+8x^2+16=32-8x^2+x^4-4x^2$$

$$\downarrow$$

$20x^2=16 \rightarrow X^2=\frac{4}{5} \rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{4}{5}} \rightarrow x=\cdot+\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (consideriamo solo la soluzione positiva perché $x>0$)

Sostituiamo questo valore a x, otteniamo le misure delle 2 basi e dell'altezza:

- ***CH***$=2\cdot\frac{2\sqrt{5}}{5}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$
- ***A₂B***$=\sqrt{8-(\frac{2\sqrt{5}}{5})^2}=\sqrt{8-\frac{4}{5}}=\sqrt{\frac{36}{5}}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$
- **CP**$=\sqrt{4-(\frac{2\sqrt{5}}{5})^2}=\sqrt{4-\frac{4}{5}}=\sqrt{\frac{16}{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$

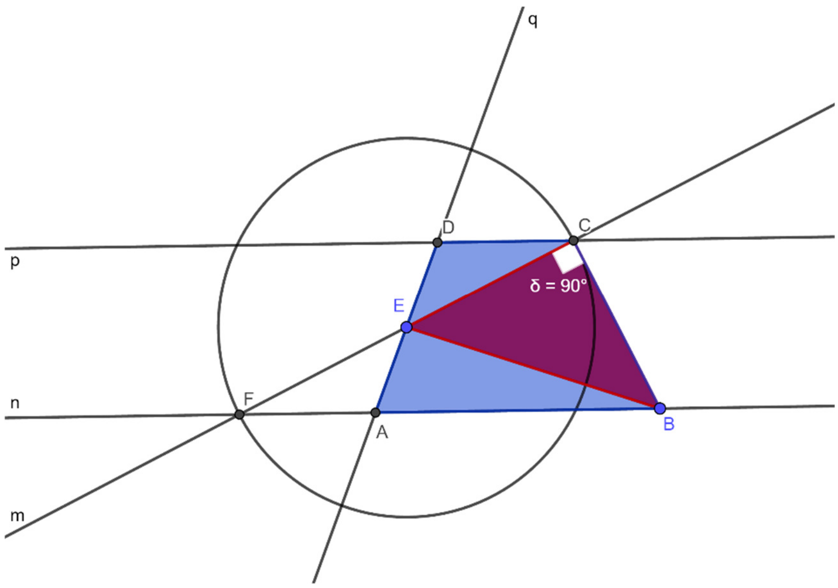
Sappiamo che l'area di un trapezio è data dalla seguente formula:

$$\text{Area}=\frac{(B+b)\cdot h}{2}$$

Quindi sostituiamo i valori e troviamo l'area del trapezio A_2BCP:

$$\text{Area}=\frac{\left(\frac{6\sqrt{5}}{5}+\frac{4\sqrt{5}}{5}\right)\cdot\frac{4\sqrt{5}}{5}}{2}=\frac{\left(\frac{10\sqrt{5}}{5}\right)\cdot\frac{4\sqrt{5}}{5}}{2}=\frac{40}{5}\cdot\frac{1}{2}=4.$$

6) Soluzione proposta da Giulio Franca, Federico Pampanelli Nicchi, Classe 2^L, Liceo scientifico "G. Alessi" Perugia.



A) Inizialmente abbiamo costruito il triangolo EBC partendo dal segmento EB, come nella dimostrazione precedente. Successivamente abbiamo tracciato la circonferenza di centro E e raggio EC. Abbiamo chiamato F l'intersezione tra la retta CE e la circonferenza, quindi CF è il diametro di tale circonferenza; segue che CE = EF. Abbiamo poi tracciato la retta BF, e con il metodo descritto nella prima dimostrazione abbiamo costruito la retta parallela agf BF, passante per C. Abbiamo preso un punto A, appartenente alla retta BF, diverso da B e da F, e abbiamo tracciato la retta AE, che interseca la retta parallela a BF passante per C nel punto D. Abbiamo quindi ottenuto il trapezio ABCD, in cui il lato BC corrisponde al lato obliquo di un triangolo isoscele rettangolo interno al trapezio, dove E è il punto medio del lato AD, dato che i triangoli AEF e ECD sono congruenti per il secondo criterio di congruenza, infatti:

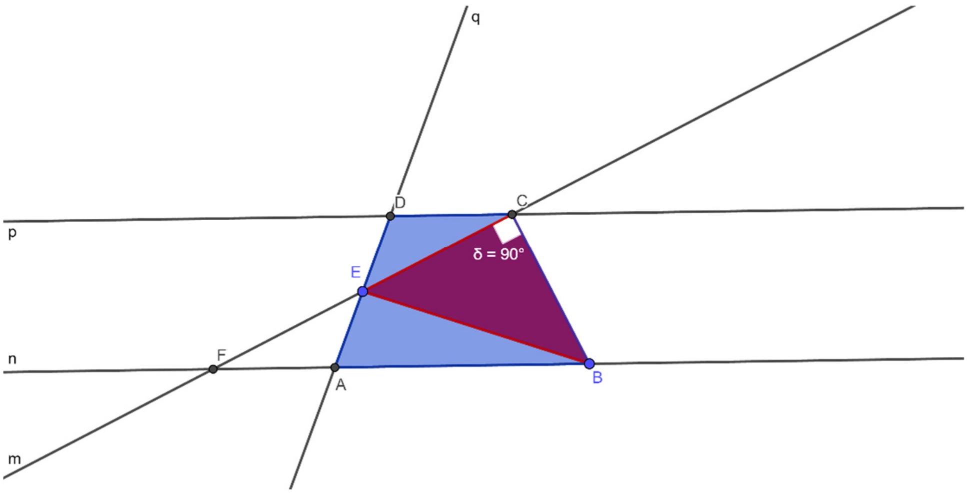
l'angolo F$\hat{E}$A è congruente all' angolo C$\hat{E}$D, perché opposti al vertice

FE= EC, per costruzione

l'angolo A$\hat{F}$E è congruente all' angolo D$\hat{C}$E, perché alterni interni rispetto alle parallele BF e CD tagliate dalla trasversale AD

Tale trapezio non è unico, dato che il vertice A può essere scelto in qualsiasi punto della retta BF, esclusi B e F, poiché altrimenti si formerebbe un triangolo, e non più un trapezio.

B) **Dati:** ABCD trapezio; EBC triangolo rettangolo isoscele; E punto medio di AD; EC=CB=2.



Procedimento: Come abbiamo dimostrato precedentemente, i triangoli EFA e ECD sono congruenti, in particolare FA=DC. Di conseguenza il triangolo FBC ha la base congruente alla somma delle basi del trapezio e ha anche la stessa altezza di tale poligono. Quindi possiamo affermare che il trapezio ABCD e tale triangolo sono equivalenti.
Dal momento che, per costruzione, FE=EC=CB=2, segue che FC=4. Siccome il triangolo FBC è rettangolo in C, la sua area sarà uguale a:

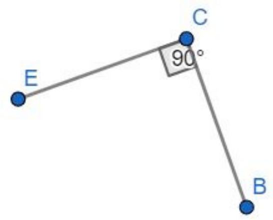
$$\frac{FC\ x\ BC}{2} = \frac{4\ x\ 2}{2} = 4$$

Come detto prima, l'area di FBC è uguale all'area del trapezio ABCD, che avrà quindi un'area di 4.

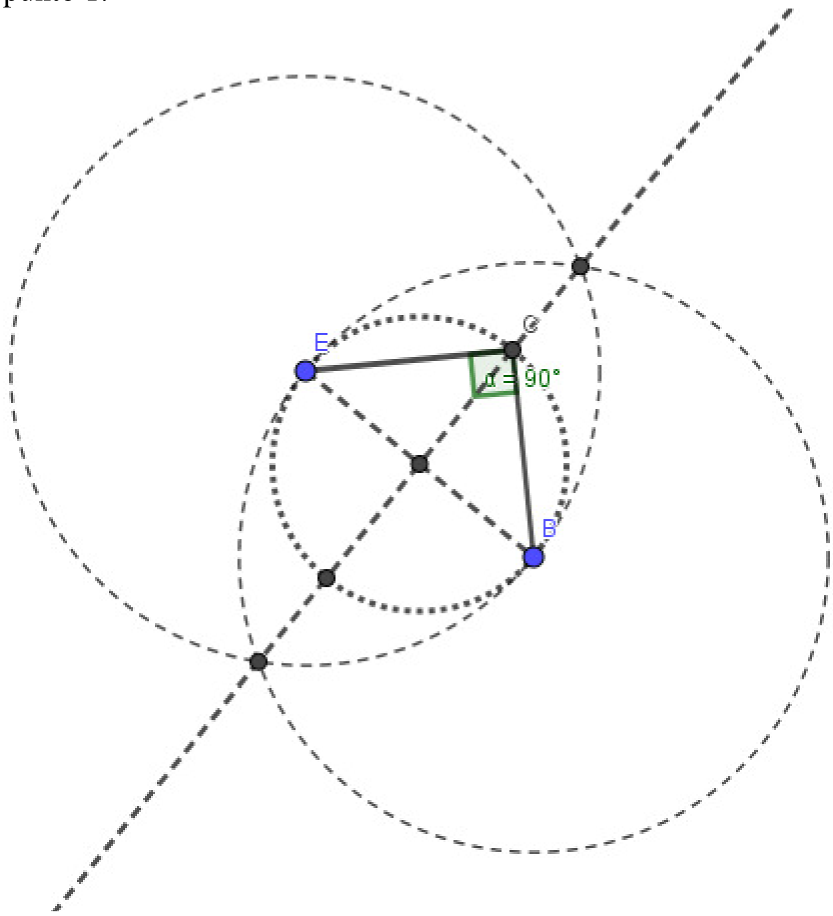
7)Soluzione proposta da Alessandro Palomba e Giulio Saioni, Classe 2^M del Liceo Scientifico "Galeazzo Alessi" di Perugia

Punto a

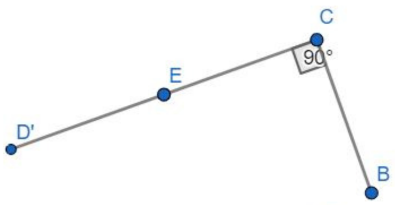
1. Si disegnano due segmenti EC, CB congruenti, consecutivi e perpendicolari tra loro



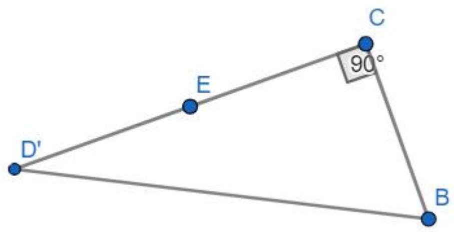
Di seguito è riportata la costruzione con riga e compasso dei segmenti EC, CB indicati al punto 1:



2. Si prolunga il segmento CE di un segmento ED' congruente al segmento EC

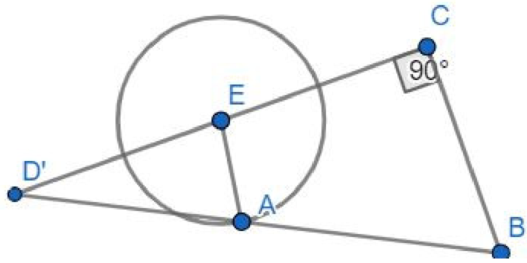


3. Si traccia il segmento D'B

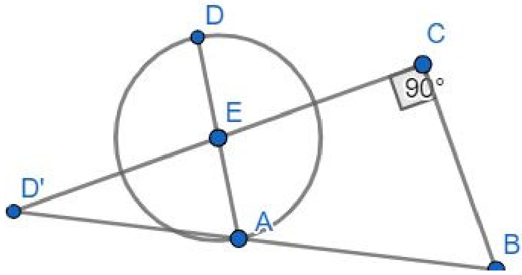


4. Si considera un punto qualsiasi A del segmento D’B

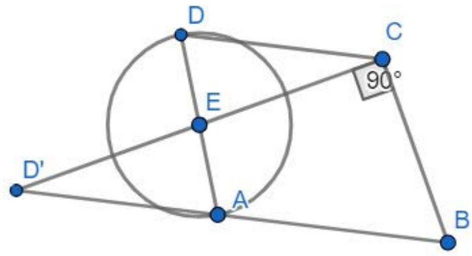
5. Si traccia [la] [[una]] circonferenza di centro E avente come raggio il segmento EA



6. Si traccia il diametro AD

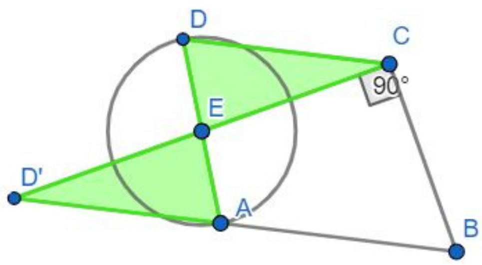


7. Si congiungono i punti D e C mediante un segmento DC

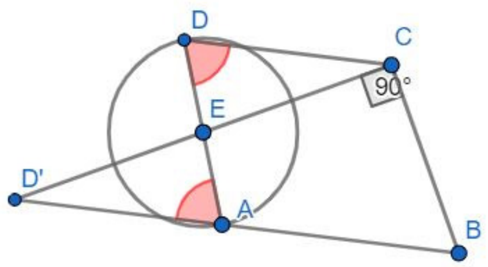


8. I triangoli AED’ e CDE sono congruenti per il 1° criterio di congruenza tra triangoli, poiché presentano:

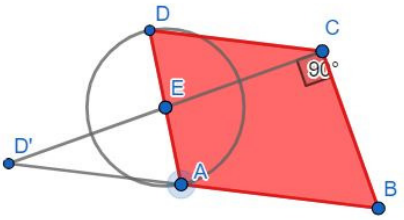
   - Gli angoli $D'\hat{E}A$ $D'\hat{E}A$ e C$\hat{E}$ $\hat{E}$D congruenti perché sono angoli opposti al vertice
   - AE è congruente ad ED perché sono raggi della circonferenza di centro E
   - D’E è congruente ad EC per costruzione

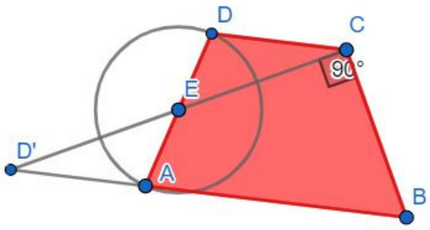


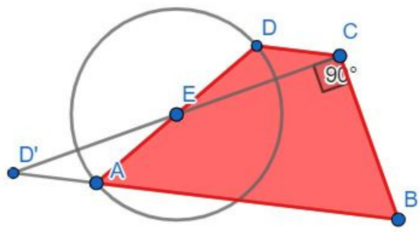
9. Per la congruenza dei triangoli AED’ e CDE allora sono congruenti i segmenti DC e D’A e gli angoli E$\widehat{A}$ $\widehat{A}$D’ e E$\widehat{D}$ $\widehat{D}$C poiché corrispondenti, allora i segmenti DC e D’B (poiché il punto A appartiene alla retta D’B) sono paralleli, dato che gli angoli alterni interni con trasversale DA sono congruenti



10. Con questa costruzione così si ottiene un trapezio ABCD avente come basi AB e DC e [tale] che, dato il punto medio E di DA, il triangolo BCE è sia isoscele che rettangolo sulla base EB, come chiedeva il problema. Il trapezio non è unico poiché secondo la dimostrazione (al punto 8) si può considerare un qualsiasi punto A sul segmento D'B, purchè diverso da D' e da B, affinché si possa costruire il trapezio.

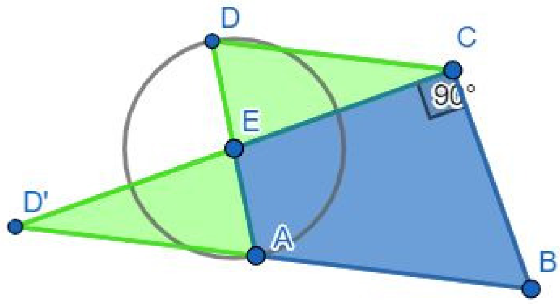






Punto b

1. Come dimostrato nel punto precedente i triangoli AED' e CDE sono congruenti, quindi si può affermare che il trapezio ABCD e il triangolo rettangolo BCD' sono equiscomponibili, ovvero che il trapezio ABCD si scompone in ABCE e CDE e il triangolo rettangolo BCD' in ABCE e AD'E.



2. Dato che sono equiscomponibili il trapezio ABCD e il triangolo BCD' hanno la stessa area e quindi trovando l'area del triangolo rettangolo si ottiene anche quella del trapezio.

3. L'area nel triangolo rettangolo si ottiene facendo (cateto*cateto) /2 e nel caso del triangolo rettangolo BCD' (CB*D'C) /2, per costruzione D'C=2CB quindi l'area sarà uguale a (2CB*CB) /2 ovvero 4*2/2 che è uguale a 4

4. L'area del trapezio ABCD è uguale a **4.**