FLAT*landia*

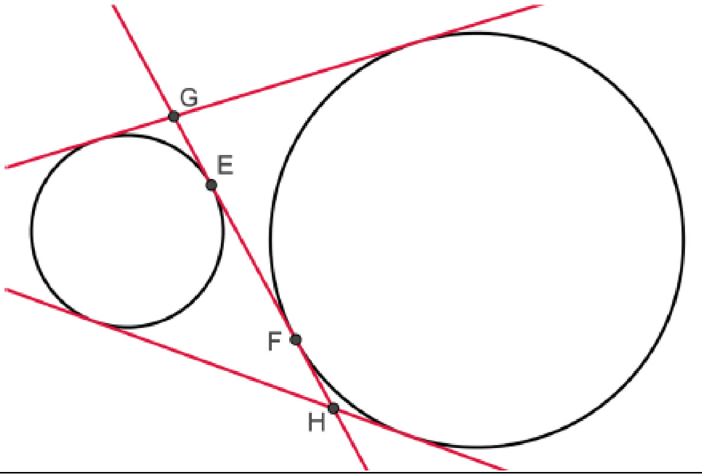
"Abbi pazienza, ché il mondo è vasto e largo" *(Edwin A. Abbott)*

Flatlandia - Problema 8 – 22 ottobre 2018 - Commento alle soluzioni ricevute

Il testo del problema

Problema di Flatlandia – 8 - 22 ottobre 2018

Sono date due circonferenze esterne una rispetto all'altra. Si considerino tre delle tangenti comuni alle circonferenze, come indicato in figura. Provare che GE è congruente a FH.
Giustificare la risposta.



Commento

Sono giunte 5 risposte: la prima, solo abbozzata, senza figura e senza alcuna dimostrazione, da un allievo della classe prima LS, la seconda da un allievo di classe 4^ (che quindi non possiamo accettare) e le altre due da due classi terze e una da una classe seconda.

Il problema poneva un quesito riguardante tre tangenti comuni a due circonferenze esterne e chiedeva di provare la congruenza di due opportuni segmenti di tangente.

Le tre risposte esaminate sono tutte corrette, anche se in una, alcune affermazioni (pur corrette) non sono state adeguatamente motivate.

Sono pervenute risposte dalle seguenti scuole:

- Liceo Scientifico "Carlo Jucci", Rieti
- Liceo Scientifico "Aristosseno", Taranto
- Istituto di Istruzione Superiore "Telesi@", Telese Terme (BN)
- Liceo "G. Mazzini", Vittoria (RG).

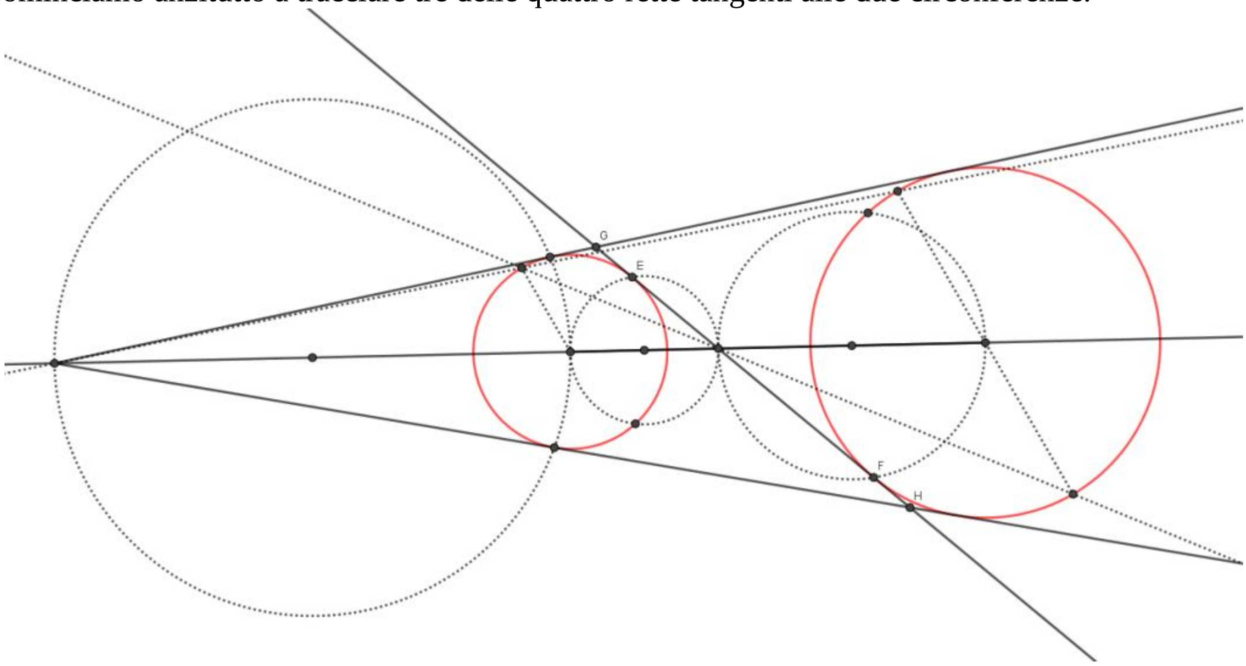
NOTA. Nelle soluzioni riportate, le correzioni, le aggiunte o i commenti sono scritti fra parentesi quadre. Con doppia parentesi quadra vengono indicate le parti omesse.

Soluzioni

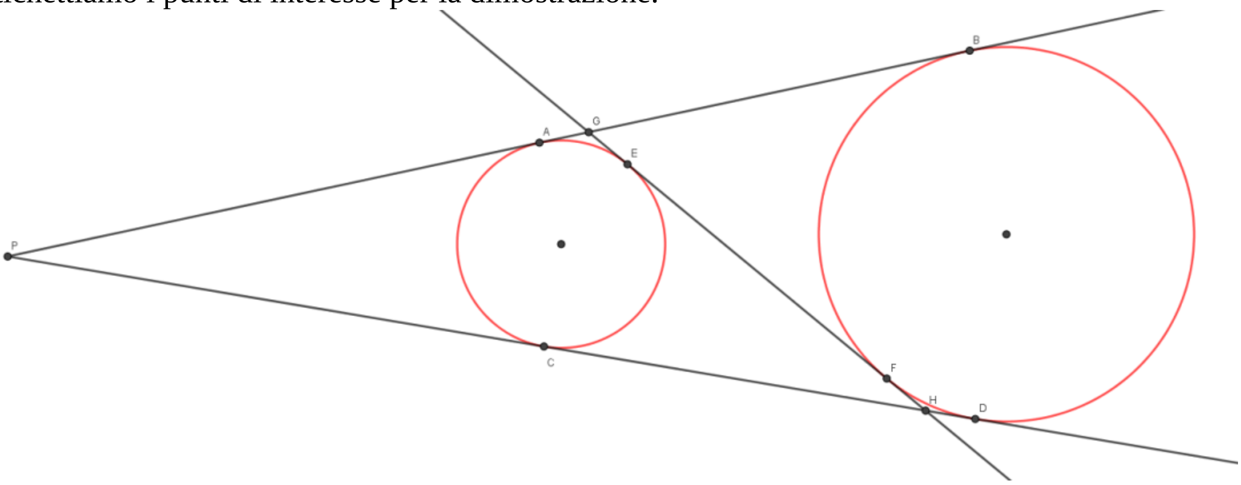
1) Gabriele Scopel, 1ºC Liceo Scientifico "Carlo Jucci" di Rieti
[[…]]

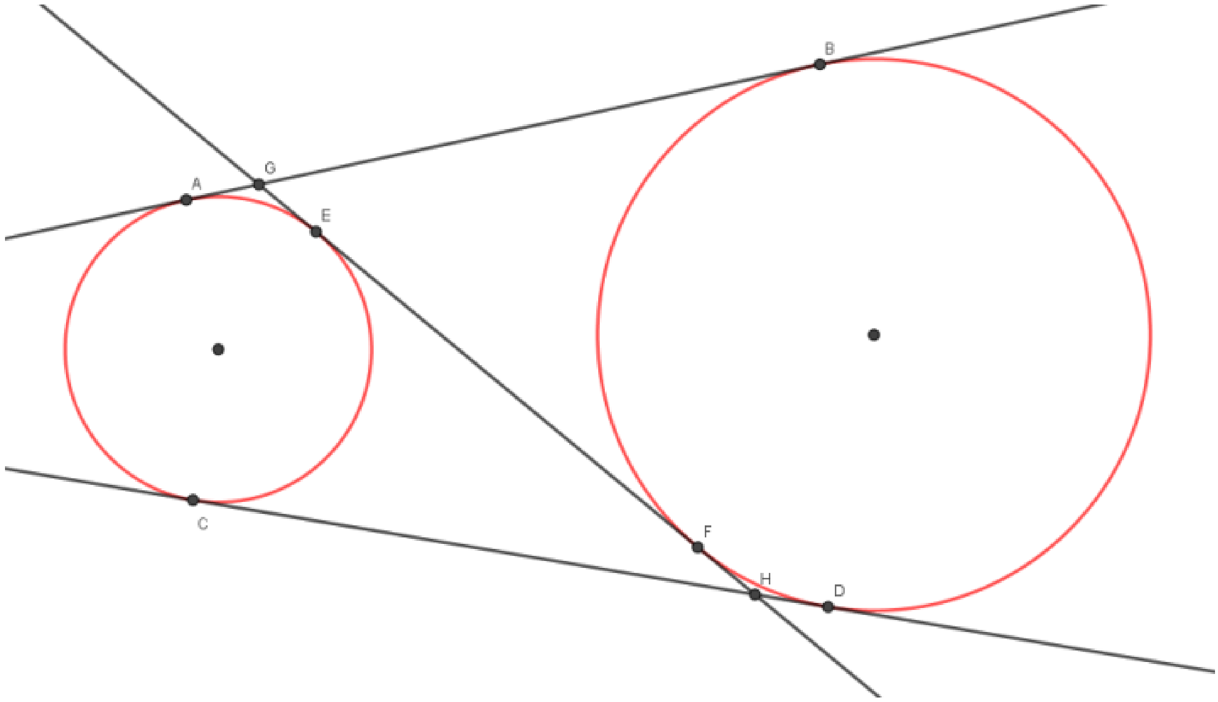
2)Soluzione proposta dalla classe 3 H indirizzo Scientifico Liceo Aristosseno Taranto

Cominciamo anzitutto a tracciare tre delle quattro rette tangenti alle due circonferenze.



Etichettiamo i punti di interesse per la dimostrazione.





Osserviamo che le due tangenti esterne alle circonferenze si incontrano nel punto P e poiché i segmenti di tangente ad una circonferenza condotte da un punto esterno sono congruenti (il simbolo = sta per congruente) , si ha : PB = PD per la circonferenza di raggio maggiore (C2), e PA = PC per quella di raggio minore(C1) . Sappiamo che le differenze di segmenti congruenti sono congruenti e perciò sarà:
PB-PA= PD-PC , cioè :AB = CD . Ma AB = AG + GB e CD = CH + HD e ancora AG = GE in quanto sono segmenti di tangente condotti da G alla circonferenza C1 e GB = GF , segmenti di tangente condotti da G alla circonferenza C2. Infine: GF = GE + EF . In conclusione possiamo allora scrivere che :

AB=AG+GB=GE+GF=GE+GE+EF=2GE+EF (*)

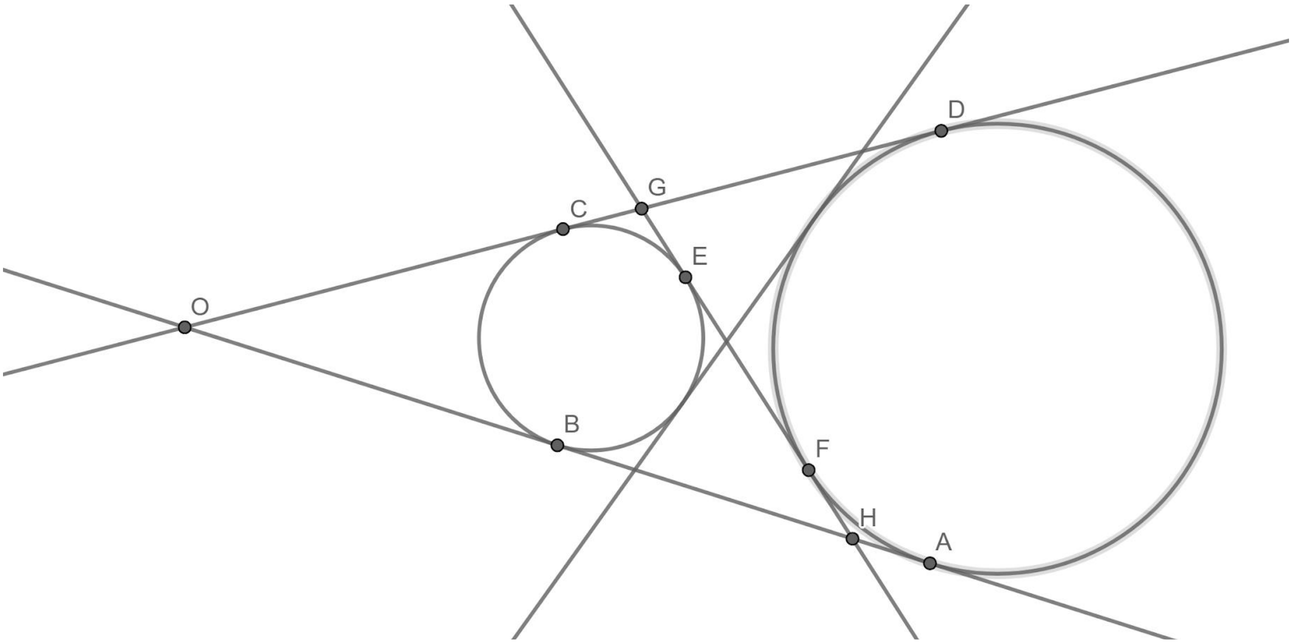
Procedendo in maniera analoga possiamo osservare che :

CD = CH+HD=HE+HF=HF+EF+HF=2HF+EF (**) .Ma essendo AB = CD , come già osservato, possiamo concludere che ,dal confronto tra le (*) e (**),si ha : 2GE+EF=2HF+EF , e sottraendo EF da ambo i membri : 2GE=2HF da cui : GE = HF .

3) **Manuela Mancino, classe 3S2, I.I.S. “TELESI@”, Telese Terme (BN)**

link alla figura

https://www.geogebra.org/geometry/qvcbsbve



Ipotesi

$BH \cong EH$

$GE \cong GC$

$HF \cong HA$

$OC \cong OB$

$OD \cong OA$

Tesi

$GE \cong FH$

[Le ipotesi andrebbero tutte motivate: “segmenti di tangenti condotte ad una circonferenza da un punto esterno”].

Dimostrazione

$$Sappiamo\ che\ OD \cong OA\ e\ OC \cong OB\ quindi\ OA - OB \cong OD - OC\ ovvero\ BA \cong CD$$

$$Sappiamo\ che\ BH \cong HE\ e\ GF \cong GD\ e\ che:$$

$$BA \cong BH + FH$$

$$CD \cong GD + CG$$

$$GD \cong GF \cong EF + CG$$

$$BH \cong HE \cong EF + FH$$

$$Sostituendo\ nella\ relazione\ BA \cong CD\ otteniamo:$$

$$BH + FH \cong GD + CG$$

$$EF + FH + FH \cong EF + CG + CG\ \ da\ cui,\ semplificando\ EF\ abbiamo$$

$$2FH \cong 2CG$$

$$FH \cong CG$$

$$Essendo\ CG \cong GE\ allora\ FH \cong GE\ \ cvd$$

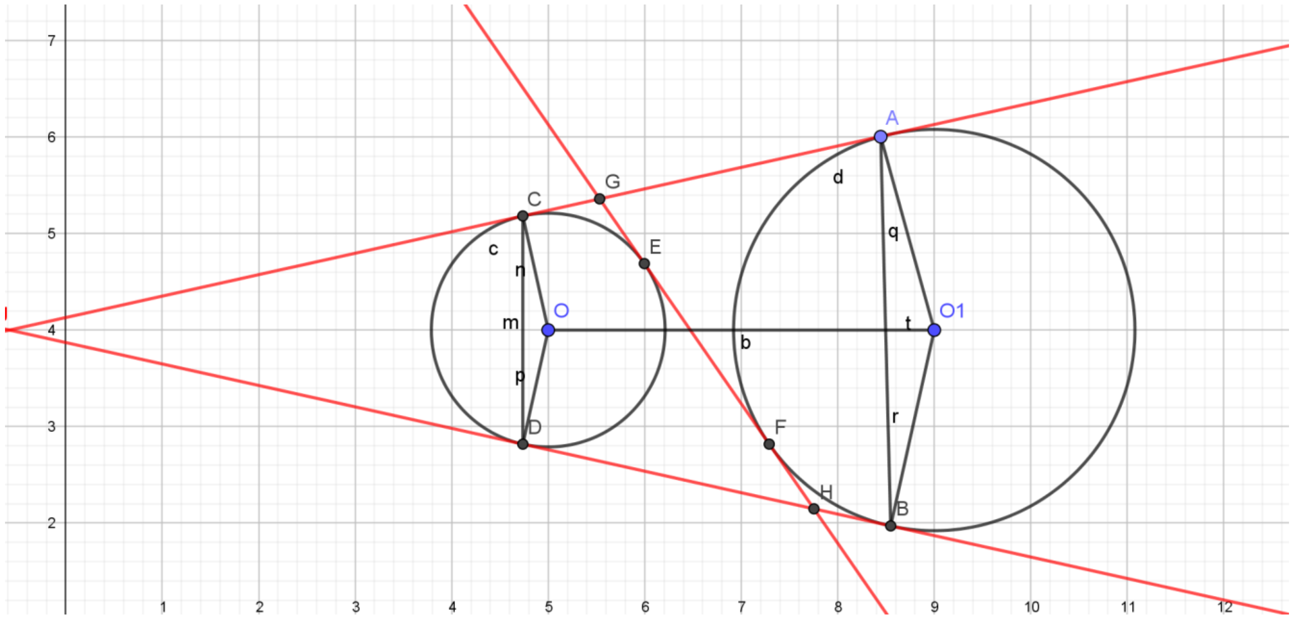
[Righe 3 e 5 dopo dimostrazione: BA=BH+HA=BH+FH , GD=GF=GE+EF=CG+EF]

4) Flatlandia-ott-2B Scientifico-Liceo “Mazzini”, Vittoria (RG)

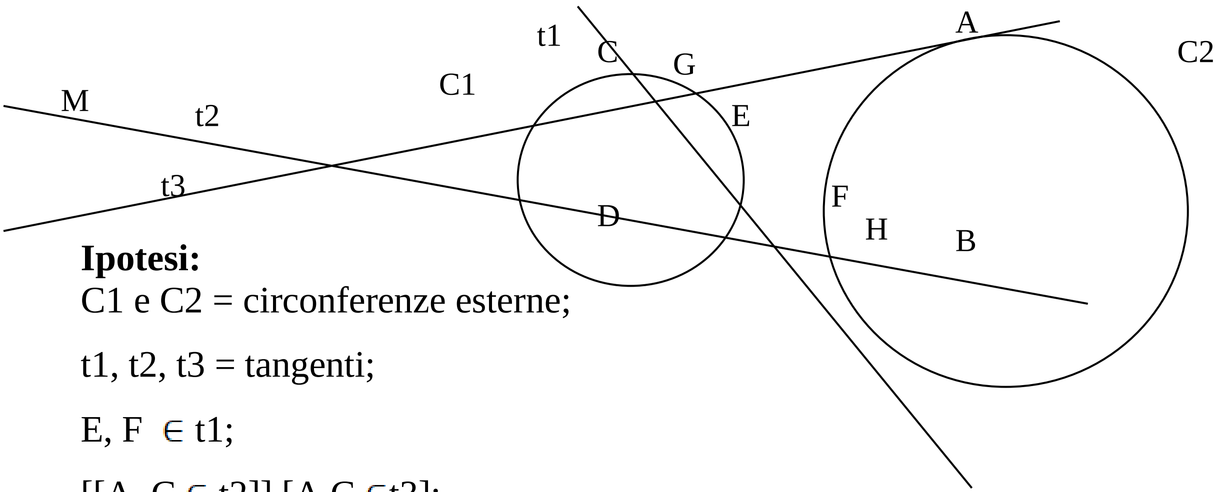
Dimostrazione problema di Flatlandia di Ottobre

Testo:

Sono date due circonferenze esterne una rispetto all’altra. Si considerino tre delle tangenti comuni alle circonferenze, come indicato in figura. Provare che GE è congruente a FH. Giustificare la risposta.



Disegno:



Ipotesi:

C1 e C2 = circonferenze esterne;

t1, t2, t3 = tangenti;

E, F ∈ t1;

[[A, C ∈ t2]] [A,C ∈t3];

[[B, D ∈ t3]] [B,D ∈t2];

E ∈ C1;

F ∈ C2;

G ∈ [[t2]][t3], t1 ;

H ∈ [[t3]][t2], t1;

t1 tangente a C1 in E e tangente a C2 in F;

t2 tangente a C1 in [[C]] [D] e tangente a C2 in [[A]] [B];

t3 tangente a C1 in [[D]] [C] e tangente a C2 in [[B]] [A].

[Molta confusione nella seconda figura, fatta male, e nelle notazioni]

Tesi:
GE ≡ FH
Dimostrazione:
Consideriamo M, punto esterno a C1e punto di intersezione tra le tangenti t2 e t3; MC = MD per il teorema delle tangenti passanti per un punto esterno [ad una circonferenza]..
Situazione analoga per MA = MB, rette tangenti rispetto a C2. Quindi CA = DB per differenza di segmenti congruenti. Ma ,per il teorema delle tangenti, si ha anche che CG = GE ; FH = HB; GF = GA; HE = HD, pertanto l'uguaglianza CA = DB si può scrivere come segue:
(CG + GA) = (DH + HB);
(GE + GF) = (EH + FH);

In conclusione: GE + (GE + FE) = FH + (FH + FE),

che possiamo riscrivere $2GE + FE = 2FH + FE,$

quindi GE ≡ FH, come volevasi dimostrare.