FLATlandia

"Abbi pazienza, ché il mondo è vasto e largo" (Edwin A. Abbott)

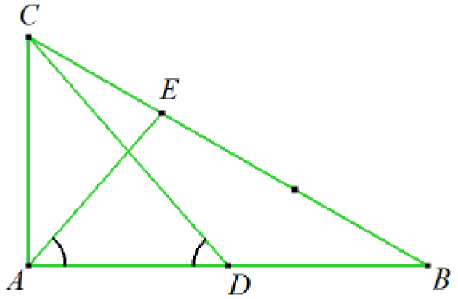
Flatlandia - Problema 12 – 26 marzo 2018: commento alle soluzioni ricevute

Il testo del problema

Problema Flatlandia - 12 - 26 Marzo 2018

Sia dato il triangolo ABC in cui D è il punto medio di AB ed E è il punto di BC tale che $BE = 2CE$.

Dimostrare che il triangolo ABC è rettangolo (in A) se e solo se $A\hat{D}C = B\hat{A}E$.
Motivare le risposte.



Commento

Sono giunte 13 risposte, probabilmente tutte da classi seconde di Licei scientifici; alcuni non scrivono né la classe e nemmeno la sezione.
Il problema pone un quesito su un particolare triangolo ABC. Si deve dimostrare che il triangolo ABC è rettangolo se e solo se si verifica una particolare relazione tra gli angoli. È richiesta la dimostrazione della doppia implicazione.
Le numerose risposte giunte sono in gran parte corrette, e utilizzano, correttamente, il teorema di Talete e i risultati ad esso collegati. Inoltre viene opportunamente utilizzata una proprietà dei triangoli, già usata in precedenza, che afferma che "un triangolo è rettangolo se e soltanto se una delle sue mediane è congruente alla metà del lato corrispondente".
Ricordiamo però che "non esiste l'inverso del Teorema di Talete", ma dei risultati che in situazioni particolari invertono tale teorema.

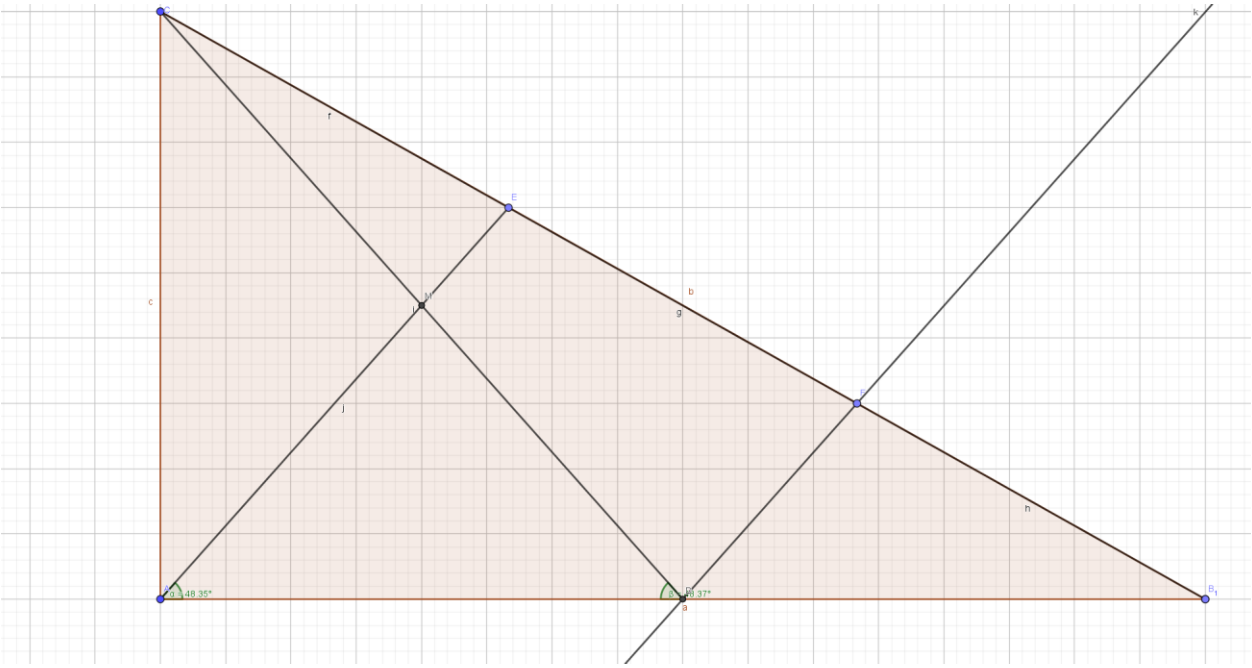
Sono pervenute risposte dalle seguenti scuole:

- L.S. "Aristosseno", Taranto
- Liceo scientifico scienze applicate "Cesaris" Casalpusterlengo (Lodi)
- Liceo Scientifico "G.Rummo", Benevento
- Liceo "B. Russell", Roma
- Liceo "G. Mazzini", Vittoria (Ragusa)
- Liceo "B. Russell", Cles (Trento)
- Liceo Classico "Stabili-Trebbiani", Ascoli Piceno

NOTA. Nelle soluzioni riportate, le correzioni, le aggiunte o i commenti sono scritti fra parentesi quadre. Con doppia parentesi quadra vengono indicate le parti omesse.

Soluzioni arrivate

1)Soluzione proposta da Chiara Bono classe 2 H Liceo Scientifico Aristosseno Taranto



[figura con lettere invisibili; sarebbe opportuno imparare ad usare GeoGebra…]

IPOTESI:
Prima parte:

1. AD ≅ DB
2. CE ≅ EF ≅ FB (BE = 2CE)
3. $A\hat{D}C = B\hat{A}E$

[Tesi : ABC rettangolo in A]
Seconda parte:

1. AD ≅ DB
2. CE ≅ EF ≅ FB (BE = 2CE)
3. Â = 90°

TESI: **[ADC=BAE].**

[[Il triangolo ABC è rettangolo in A se e solo se]]

DIMOSTRAZIONE:

- ***Dimostriamo che se gli angoli ADC e BAE sono congruenti, allora il triangolo ABC è rettangolo in A.***

1. Se consideriamo il triangolo ADM, in cui M è il punto di intersezione tra CD e AE, osserviamo che esso è isoscele, perché gli angoli alla base AD sono congruenti per ipotesi. Diciamo quindi che AM ≅ DM, in quanto lati obliqui di un triangolo isoscele

2. Tracciamo la retta passante per i punti D ed F, osservando che essa è parallela ad AE, per il piccolo teorema di Talete. La retta appena tracciata ed AE, infatti, individuano su AB e BC coppie di segmenti congruenti per ipotesi (AD ≅ DB e EF ≅ FB), quindi sono parallele.

3. Possiamo considerare i segmenti CD e CB come parti di rette trasversali che intersecano un fascio di rette parallele. Diciamo quindi che, essendo CE ed EF congruenti per ipotesi, per il piccolo teorema di Talete CM e MD sono congruenti tra loro, in quanto segmenti corrispondenti a una coppia di segmenti congruenti individuati da rette parallele su due trasversali.

4. Visto che CM ≅ MD, M è il punto medio di CD e AM è la mediana relativa a CD nel triangolo ACD.

5. Essendo AM la mediana relativa a CD, e visto che AM ≅ CD/2 perché AM ≅ DM (vedi punto 1), il triangolo ACD è retto in A, perché nei triangoli rettangoli la mediana relativa all'ipotenusa è congruente alla sua metà [e viceversa].

6. Visto che Â = 90 ˚, anche **il triangolo ABC è rettangolo**.

- ***<u>Dimostriamo che se il triangolo ABC (e quindi anche ADC) è rettangolo in A, allora gli angoli ADC e BAE sono congruenti.</u>***

    1. Abbiamo già dimostrato che AM è la mediana di [CD] nel triangolo ACD, e tale dimostrazione vale anche per questa parte del problema, perché il teorema di Talete prescinde dal triangolo ACD.

    2. Essendo il triangolo ACD rettangolo per ipotesi, in esso la mediana relativa all'ipotenusa è congruente alla metà dell'ipotenusa stessa, quindi AM ≅ CD/2

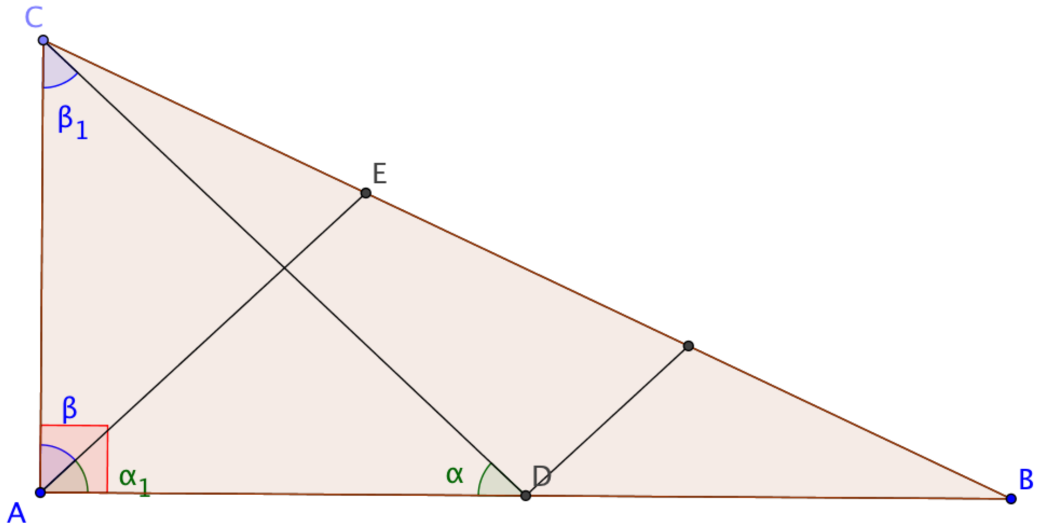
    3. Visto che DM è uguale alla metà di CD, AM ≅ DM. Il triangolo ADM è pertanto isoscele ed ha gli angoli alla base congruenti ([$A\hat{D}C = B\hat{A}E$)

CONCLUSIONE:

La tesi è dimostrata:
il triangolo ABC è rettangolo in A ***SE E*** $A\hat{D}C = B\hat{A}E$ ***SOLO SE***

[in questa parte della dimostrazione le congruenze fra angoli sono un po' per i fatti loro!!! Piu' attenzione quando si scrive]

2)Soluzione proposta dalla classe 1D Liceo Scientifico scienze applicate B. Russell, Cles, Trento



Ipotesi 1:

- A è 90°
- CE ≅ EQ ≅ QB
- AD ≅ DB

Tesi 1: l'angolo α' ≅ α

Dimostrazione 1

traccio il segmento DQ che è parallelo a AE perché DQ unisce due punti medi per il teorema di Talete, allora O punto medio di CD [perché?]

AO ≅ CO ≅ OD perché mediana dell'ipotenusa [per la proprietà della mediana relativa all'ipotenusa di un triangolo rettangolo]

- il triangolo AOD è isoscele allora l'angolo α' ≅ α
- **Ipotesi 2**:

- l'angolo α' ≅ α
- CE ≅ EQ ≅ QB
- AD ≅ DB

Tesi 2: A è 90°

Dimostrazione 2

- Dimostro che il triangolo ABC è rettangolo in A, sapendo che ADC (angolo) è = a BAE (angolo).

- Chiamando α^1 e α DAE e ADC e chiamando β e β^1 EAC e ACD e considerando il triangolo ADC

- $\alpha^1 + \alpha + \beta^1 + \beta = 180°$, [[quindi $\alpha + \beta = 90°$???]] [α^1 e α sono congruenti per ipotesi, ma β e β^1 ?]

- Perciò ABC è rettangolo in A.

3)Soluzione proposta da Battisti Paolo e Martines Federica, classe II G Liceo Scientifico B. Russell, Roma

Dato un triangolo ABC tale che $EB \cong 2 \cdot CE$ e $AD \cong DB$ si ha che

$B\hat{A}C \cong \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow A\hat{D}C \cong B\hat{A}E$

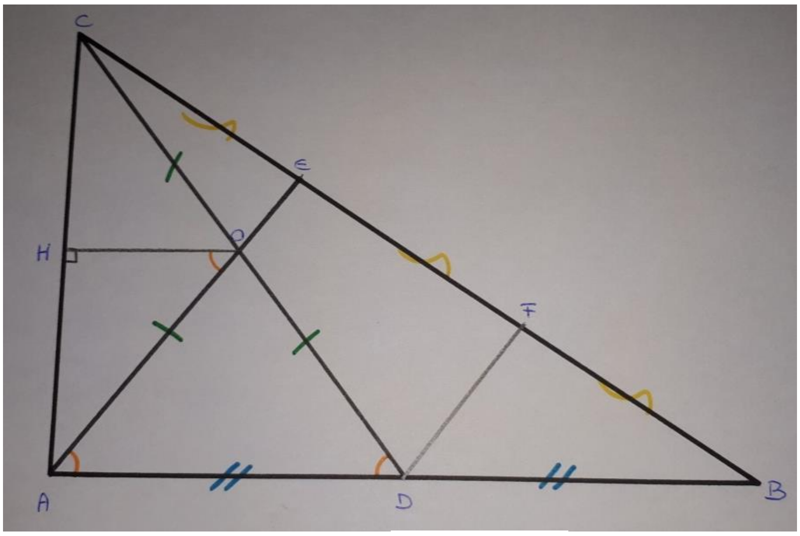
Dimostriamo entrambe le implicazioni.

HP 1:
$EB \cong 2 \cdot CE$
$AD \cong DB$
$A\hat{D}C \cong B\hat{A}E$

TH 1:
$\hat{A} \cong \frac{\pi}{2}$

DIM 1:
Consideriamo il triangolo EAB e F come punto medio di EB, si ha che il segmento FD è parallelo a EA perché secondo un corollario del teorema di Talete il segmento che ha per estremi i punti medi di due lati di un triangolo è parallelo al terzo lato (e congruente alla sua metà). In particolare se chiamiamo O il punto di intersezione di AE e CD, OE // FD
Consideriamo il triangolo CDF, essendo OE // FD e E il punto medio di CF allora O è il punto medio di CD per un corollario del teorema di Talete: la retta parallela ad un lato di un triangolo

passante per il punto medio di un altro lato, passa per il punto medio del terzo lato. In particolare CO congruente ad OD.

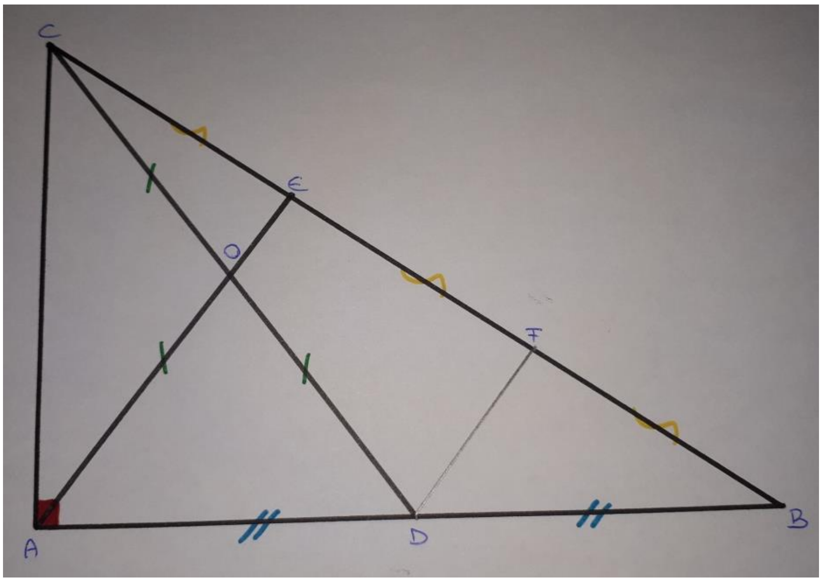


Prendiamo in esame il triangolo ADO, esso è isoscele perché ha angoli alla base congruenti per ipotesi. In particolare $AO \cong OD$. Consideriamo adesso il triangolo COA, è isoscele perché $AO \cong OD$ e $OD \cong CO$ quindi, per la proprietà transitiva della congruenza, $AO \cong CO$. Quindi $O\hat{C}A \cong O\hat{A}C$. Considero H come proiezione di O su AC. $C\hat{O}A \cong O\hat{A}D + O\hat{D}A$ per il teorema dell'angolo esterno. Ma OH, in quanto altezza del triangolo isoscele AOC, è anche bisettrice del suo angolo al vertice, quindi $H\hat{O}A \cong O\hat{A}D$. Pertanto HO e AD sono parallele, perché hanno angoli alterni interni congruenti. Essendo HO altezza relativa ad AC, anche AD, che è ad essa parallela, risulta perpendicolare ad AC. Quindi l'angolo in A è retto. C.V.D

HP 2:
$EB \cong 2 \cdot CE$
$AD \cong DB$
$\hat{A} \cong \frac{\pi}{2}$

TH 2:
$A\hat{D}C \cong B\hat{A}E$

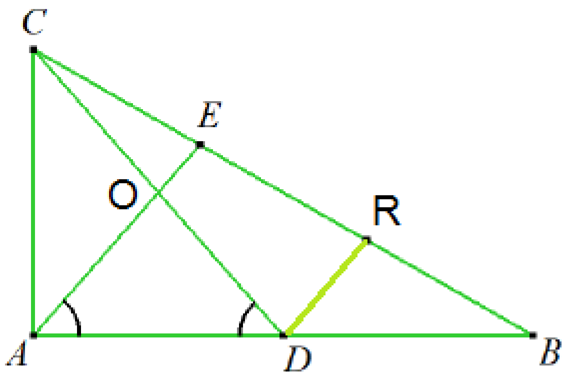
DIM 2:
Consideriamo il triangolo EAB e F come punto medio di EB, si ha che il segmento FD è parallelo a EA perché secondo un corollario del teorema di Talete, il segmento che ha per estremi i punti medi di due lati di un triangolo è parallelo al terzo lato. In particolare se chiamiamo O il punto di intersezione di AE e CD, OE // FD Consideriamo il triangolo CDF, essendo OE // FD e E il punto medio di CF allora O è il punto medio di CD per un corollario del teorema di Talete: la retta parallela ad un lato di un triangolo passante per il punto medio di un altro lato, passa per il punto medio del terzo lato. In particolare $CO \cong OD$.



Consideriamo il triangolo CAD, retto in A per ipotesi, il segmento AO è mediana dell'ipotenusa CD, in quanto CO congruente ad OD come già dimostrato, quindi AO è congruente a OD per il teorema della mediana relativa all'ipotenusa.

Consideriamo il triangolo AOD, esso è isoscele per definizione avendo i lati AO e OD congruenti per dimostrazione precedente; in particolare $A\hat{D}C \cong B\hat{A}E$ poiché angoli alla base di un triangolo isoscele. C.V.D.

4)Soluzione proposta da Sara Tozza, 2E Liceo Scientifico G.Rummo. Benevento



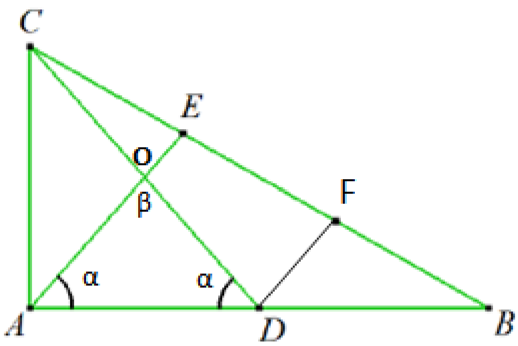
IP: $\overline{AD} \cong \overline{DB}$; $\overline{BE} \cong 2\overline{CE}$.
TH: $A\hat{D}C \cong B\hat{A}E \leftrightarrow ABC\ rettangolo\ in\ \hat{A}$.
Prima implicazione: $A\hat{D}C \cong B\hat{A}E \rightarrow$ ABC rettangolo in $\hat{A}$.

- [Sia R il punto medio di EB] Considero $\overline{AE}\ e\ \overline{DR}$. Essendo $\overline{AD}\ congruente\ a\ \overline{DB}$ ed $\overline{ER}\ congruente\ a\ \overline{RB}$, possiamo dire che i due lati $\overline{AE}\ e\ \overline{DR}$ sono paralleli per il teorema di Talete;
- Di conseguenza, [[dimostriamo che i segmenti]] $\overline{CO}\ ed\ \overline{OD}$ sono congruenti [poiché AE è parallela a DR e CE è congruente ad ER], quindi $\overline{AO}$ è la mediana del lato $\overline{CD}$;
- Poiché gli angoli $A\hat{D}C\ e\ B\hat{A}E$ sono congruenti per ipotesi, il triangolo AOD risulta essere isoscele con i lati $\overline{AO}\ e\ \overline{OD}$ congruenti;
- Così dimostriamo che i segmenti $\overline{AO}, \overline{OD}\ e\ \overline{CO}$ sono congruenti per la proprietà transitiva dell'uguaglianza;
- Dall' uguaglianza precedente ricaviamo che la mediana $\overline{AO}$ del lato $\overline{CD}$ è congruente alla sua metà;
- Quest'ultima è una delle proprietà [caratteristiche] dei triangoli rettangoli, quindi l'angolo in $\hat{A}$ è di 90° e il triangolo ABC è rettangolo in $\hat{A}$.

Seconda implicazione: ABC rettangolo in $\hat{A} \rightarrow A\hat{D}C \cong B\hat{A}E$.

- Come nella dimostrazione precedente, considero i lati $\overline{AE}\ e\ \overline{DR}$ che sono paralleli per il teorema di Talete, infatti $\overline{AD}$ è congruente a $\overline{DB}$ ed $\overline{ER}$ è congruente a $\overline{RB}$ per ipotesi;
- Di conseguenza i segmenti $\overline{CO}\ ed\ \overline{OD}$ sono congruenti ed $\overline{AO}$ è la mediana del lato $\overline{CD}$.
- Così $\overline{AO}$ è congruente alla metà del lato $\overline{CD}$ poiché è la mediana dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo (infatti l'angolo in $\hat{A}$ è di 90° poiché il triangolo ABC è rettangolo per ipotesi);
- Dunque, il segmento $\overline{AO}$ è congruente ad $\overline{OD}$. Così possiamo dedurre che il triangolo AOD è isoscele poiché ha due lati congruenti;
- Infine, gli angoli A$\hat{D}$C e B$\hat{A}$E sono congruenti poiché sono angoli alla base di un triangolo isoscele.

5)Soluzione proposta da Mariachiara-Rosella-Classe 2E, Liceo scientifico G.Rummo-Benevento



IP: $\overline{AD} = \overline{DB}$

$\overline{BE} = 2\,\overline{CE}$

TH: Gli angoli A$\hat{D}$C e B$\hat{A}$E sono congruenti ⇔ Il triangolo CAB è rettangolo in Â.

[F punto medio di EB.]

Prima parte: Se gli angoli A$\hat{D}$C e B$\hat{A}$E sono congruenti → Il triangolo CAD è rettangolo in Â.

1. Chiamiamo gli angoli A$\hat{D}$C e B$\hat{A}$E α e l'angolo A$\hat{O}$D β. Sappiamo che 180°= 2α+β quindi 90°= α + $\frac{1}{2}$ β.

2. Consideriamo il triangolo ABE. $\overline{DF}$ è il segmento che ha per estremi i punti medi di $\overline{EB}$ e $\overline{AB}$ e quindi $\overline{DF}$ è parallelo ad $\overline{AE}$ e ne è la metà.

3. $\overline{CO} = \overline{OD}$ per il teorema di Talete. (Le rette parallele sono DF e AE, Le trasversali CF e CD e i segmenti congruenti su CF sono CE e [[CF]] [EF]).

4. $\overline{CO}=\overline{AO}$ per la proprietà transitiva. Il triangolo CAO è quindi isoscele sulla base $\overline{AC}$ e quindi gli angoli $O\hat{C}A$ e $O\hat{A}C$ sono congruenti.

5. L'angolo $C\hat{O}A$ è uguale a 2α per il teorema dell'angolo esterno applicato al triangolo AOD.

6. L'angolo $C\hat{A}O$ è uguale a [(180°- 2α):2] cioè è [(2α+β) – 2α]:2 = $\frac{1}{2}$ β.

7. L'angolo $C\hat{A}B$ = α + $\frac{1}{2}$ β e cioè 90° come dimostrato nel punto 1. CAB è rettangolo in Â.

Seconda parte: Se il triangolo [[CAD]] [CAB] è rettangolo in Â → Gli angoli $A\hat{D}C$ e $B\hat{A}E$ sono congruenti.

1. Considero il triangolo AEB. $\overline{FD}$ è il segmento che ha per estremi i punti medi di $\overline{EB}$ e $\overline{AB}$ e quindi $\overline{FD}$ è parallelo ad $\overline{AE}$ e ne è la metà .

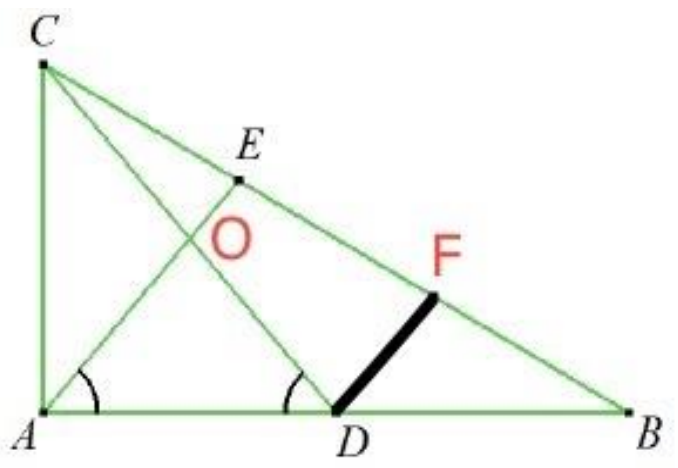
2. $\overline{CO}=\overline{OD}$ per il teorema di Talete. (Le rette parallele sono DF e AE,le trasversali CF e CD e i segmenti congruenti su CF sono CE e [[CF]] [EF]).

3. $\overline{AO}$ è la mediana del lato [[$\overline{BD}$]] [CD] perché divide l'ipotenusa in due segmenti congruenti.

4. $\overline{AO}=\overline{OD}$ perché nei triangoli rettangoli la mediana [relativa all'ipotenusa] è congruente a metà ipotenusa.

5. Il triangolo ADO è quindi isoscele sulla base $\overline{AD}$ e cioè $A\hat{D}C$ e $B\hat{A}E$ sono congruenti perché angoli alla base di un triangolo isoscele.

6)Soluzione proposta da Alessandro Senna, Classe2T Liceo scientifico delle scienze applicate Cesaris, Casalpusterlengo(Lodi),



IPOTESI1:
AD≅DB.

CE≅EF ≅FB.
ABC triangolo rettangolo in $\hat{A}$.

TESI1:
O$\hat{A}$D ≅ O$\widehat{D}$A.

DIMOSTRAZIONE1.

Affermo che il triangolo ABC è retto in $\hat{A}$.
Dimostro che O$\hat{A}$D ≅ O$\widehat{D}$A.

Considero i segmenti AE e FD, posso dire che sono paralleli perchè:
sulle trasversali CB e AB, [[$\frac{EF}{FB}=\frac{DB}{DA}$]] [EF=FB e AD=DB] quindi [[per l'inverso teorema di Talete]] [non esiste l'inverso del teorema di Talete, ma alcune conseguenze del teorema di Talete applicato ai triangoli, che si usano proprio in questa occasione] i segmenti AE e FD sono paralleli.
Siccome so per ipotesi che CE ≅EF, se considero i segmenti paralleli AE e FD per il teorema di Talete anche OD ≅CO.
Sapendo che l'angolo in $\hat{A}$ è retto, considero il triangolo rettangolo C$\hat{A}$D.
Siccome OD ≅OC e O è il punto medio di DC, posso affermare che AO è la mediana relativa all'ipotenusa CD.
Per il teorema della mediana relativa all'ipotenusa (che afferma che la mediana relativa all'ipotenusa è uguale alla metà dell'ipotenusa stessa) AO≅ OD, quindi il triangolo A$\hat{O}$D è isoscele e di conseguenza O$\hat{A}$D≅ O$\widehat{D}$A.

IPOTESI2:
AD≅DB.
CE≅EF ≅FB.

O$\hat{A}$D ≅ O$\hat{D}$A

TESI2:

ABC triangolo rettangolo in $\hat{A}$.

DIMOSTRAZIONE2

Affermo che O$\hat{A}$D ≅ O$\hat{D}$A.

Dimostro che il triangolo [[è]] ABC è retto in $\hat{A}$.

Considero i segmenti AE e FD, posso dire che sono paralleli perché:

sulle trasversali CB e [[CA]] [AB], [[$\frac{EF}{FB}=\frac{DB}{DA}$]] [EF=FB e AD=DB] [[quindi per l'inverso teorema di Talete i segmenti AE e FD sono paralleli]] [vedi osservazione precedente].

Siccome so per ipotesi che CE ≅EF, se considero i segmenti paralleli AF e FD per il teorema di Talete anche OD ≅CO.

Sapendo per ipotesi che il triangolo AOD è isocele, AO ≅ OD.

Quindi CO ≅AO e anche il triangolo CAO è isoscele.

Essendo i due triangoli CAO e AOD isosceli, posso affermare che O$\hat{C}$A ≅O$\hat{A}$C($\cong \alpha$) e che O$\hat{A}$D ≅O$\hat{D}$A($\cong \beta$) .

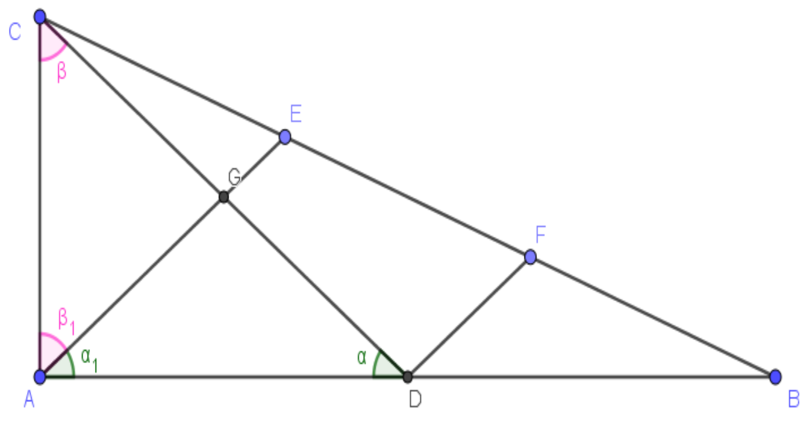
Ora considero il triangolo CAD.

Dato che la somma degli angoli interni di un triangolo è un angolo piatto, vuol dire che 2 α +2 β =un angolo piatto. Quindi $\alpha + \beta$ =un angolo retto, ovvero, C$\hat{A}$O+O$\hat{A}$D= un angolo retto.

7)Soluzione proposta da Zanoni Chiara, classe 2^T, Liceo scientifico scienze applicate Cesaris Casalpusterlengo (Lodi)

IPOTESI :

- ABC triangolo rettangolo;
- $AD \cong BD$;



- $CE \cong \frac{1}{3} CB$;

TESI:

- $G\hat{A}D \cong G\hat{D}A$;

DIMOSTRAZIONE:

Il segmento BC è suddiviso in 3 parti congruenti: $CE \cong EF \cong FB$.

Considero il triangolo AEB. Essendo $AD \cong DB$ e $EF \cong FB$, per il teorema del segmento con estremi nei punti medi di un triangolo, $DF//AE$.

Chiamo G il punto d'intersezione tra il segmento AE ed il segmento DC.

Considero ora le rette BC e CD tagliate dalle trasversali parallele AE e DF. Per il teorema di Talete, essendo $CE \cong EF$, anche $GC \cong GD$.

Considero il triangolo rettangolo ADC, con ipotenusa CD. Essendo $CG \cong GD$, AG è la mediana relativa all'ipotenusa e, per [[il]] [un noto] teorema, $AG \cong \frac{1}{2} CD$. Quindi $AG \cong CG \cong GD$.

Essendo $AG \cong GD$, il triangolo AGD è isoscele, in particolare $G\hat{A}D \cong G\hat{D}A$.

PARTE 2

IPOTESI :

- ABC triangolo;
- $AD \cong BD$;
- $CE \cong \frac{1}{3} CB$;
- $G\hat{A}D \cong G\hat{D}A$;

TESI:

- ABC triangolo rettangolo in $\hat{A}$;

DIMOSTRAZIONE:

Il segmento BC è suddiviso in 3 parti congruenti: $CE \cong EF \cong FB$.

Considero il triangolo AEB. Essendo $AD \cong DB$ e $EF \cong FB$, per il teorema del segmento con estremi nei punti medi di un triangolo, $DF//AE$.

Chiamo G il punto di intersezione tra il segmento AE ed il segmento DC.

Considero ora le rette BC e CD tagliate dalle trasversali parallele AE e DF. Per il teorema di Talete, essendo $CE \cong EF$, anche $GC \cong GD$.

Considero il triangolo AGD. Esso è isoscele in quanto, per ipotesi, $G\hat{A}D \cong G\hat{D}A$.

Per proprietà transitiva, essendo $CG \cong GD$ e $AG \cong GD$, $CG \cong AG$, anche il triangolo CGA è isoscele.

Sia α la misura di $G\hat{A}D$ e $G\hat{D}A$ e sia β la misura di $G\hat{C}A$ e $G\hat{A}C$. Considero il triangolo ADC. La somma degli angoli interni di un triangolo è $180°$, quindi:

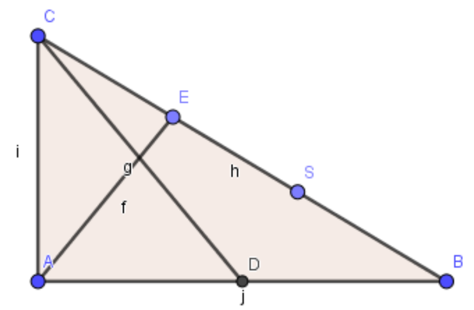
$2\alpha + 2\beta = 180°$

$\alpha + \beta = 90°$

Quindi, l'angolo $C\hat{A}D \cong 90°$ed il triangolo ADC è rettangolo in $\hat{A}$.

8)Soluzione proposta da Marianna Genovese -Carola Iozzia -Bucchieri Jacqueline-Valentina Cutrera, Classe II D sez scient. Liceo "Mazzini" di Vittoria(RG)

Condizione necessaria



Hp: AD≅DB
BE≅2CE
ANGOLI ADC≅BAE

Ts: ABC è triangolo rettangolo

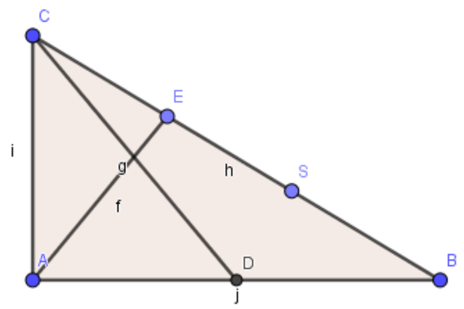
CÂB≅90°

DIMOSTRAZIONE

Chiamo S il punto medio di EB e per ipotesi si ha CE≅ES≅SB. Congiungo S con D e considero il triangolo ABE, SD è la congiungente dei punti medi dei due lati da questo segue SD//AE per corrispondenza di Talete. Considero la parallela da C a AE e SD tagliate da CB e CD si ha che CN≅ND. [Chi è N?]

Essendo per ipotesi NÂD≅NDA quindi DN≅NA. Poiché AN è mediana di ACD relativa al lato CD e AN≅1/2 CD e si ha che CÂD≅90° per la proprietà caratteristica dei triangoli rettangoli.

Condizione sufficiente



Ip: CÂB≅90°

AD≅DB

BE≅2CE

Ts: ANGOLI ADC≅ BAE

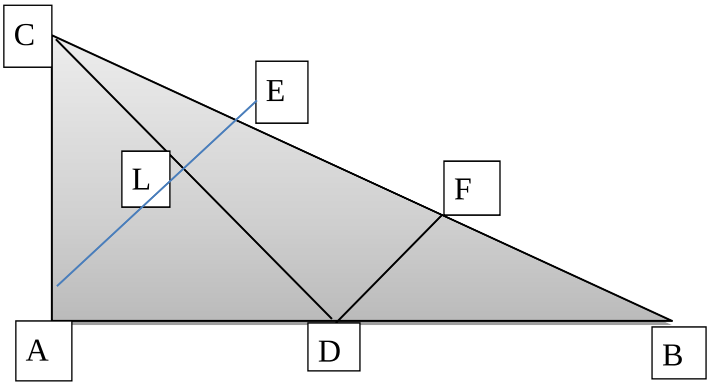
DIMOSTRAZIONE

Congiungo D con S e considero il triangolo ABE,SD è la congiungente dei punti medi dei due lati, da questo segue che SD//AE per corrispondenza di Talete. Considero le parallele AE e DS tagliate dalle trasversali CD e CB si ha che CN≅ND, quindi N è punto medio di CD. Poiché ACD è rettangolo la mediana relativa all'ipotenusa è congruente metà ipotenusa cioè AN≅ND. Considero AND isoscele e quindi gli angoli alla base sono congruenti. [chi è N ?]

9)Soluzione proposta da Scollo Irene - II A scientifico, Liceo “Mazzini” di Vittoria(RG)

[[…]] Figura illeggibile (si consiglia di usare GeoGebra o Cabri II Plus)

Giuseppe Senia - classe II A sez. scientifico -Liceo “Mazzini” -Vittoria(RG)



NECESSARIA
Hp
AD congruente a DB
BE congruente a 2EC
ADC angolo=BAE angolo
Ts
CÂB=90
Dimostrazione
Visto che per Hp BE=2EC, prendendo il punto medio F di EB otterrò CE=EF=FB e dunque il lato [BC è] diviso in 3 parti uguali.
Considero poi il triangolo ABE e traccio [[un]] [il] segmento che unisce i punti medi dei lati AB ed EB, ovvero D e F. Questo segmento sarà parallelo ad AE e congruente alla sua metà, perché, secondo il teorema di Talete, se in una trasversale ci sono segmenti congruenti, ovvero nella trasversale AB, AD=DB e ad essi corrispondono segmenti congruenti sull’altra trasversale ovvero su EB EF=FB, allora AE//FD.
Considero poi i segmenti paralleli AE ed FD tagliati dalle trasversali CF e CD. Secondo il teorema di Talete, visto che nella trasversale CF CE=EF, ad essi corrisponderanno segmenti congruenti nell’altra, ovvero CD; dunque CL=LD.
Considero il triangolo ALD; visto che ADC angolo=BAE angolo per Hp, ALD è isoscele e in particolare avrà AL=LD.
Considero infine il triangolo ACD. Esso sarà rettangolo perché la mediana AL relativa al lato CD è congruente a metà di CD.

10)Soluzione proposta da D’Izzia Erika - classe II A sez. classico - liceo “ Mazzini” - Vittoria (RG)
[[…]]

11) Soluzione proposta da Francesco Savoja

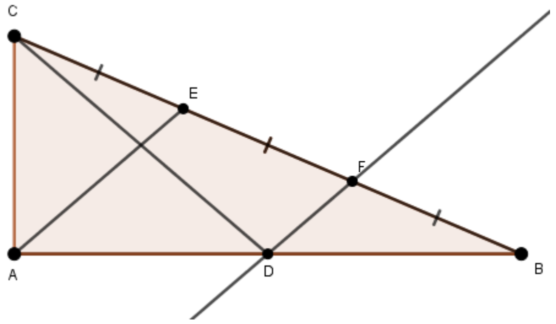
[[…]] non scrive la classe, né la scuola.

12)Soluzione proposta da - ZIPPI GIANMARCO, CLASSE II C (INDIRIZZO CLASSICO) LICEO CLASSICO “STABILI-TREBBIANI” ASCOLI PICENO

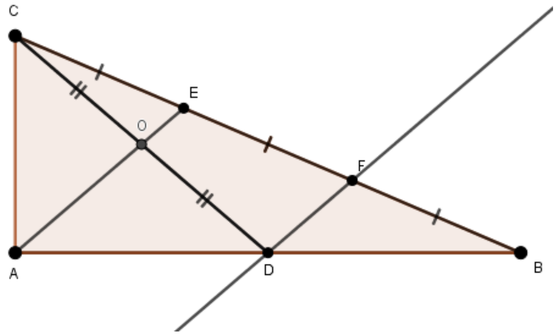
Dimostrazione

[Considerazioni preliminari] Conduco per D la parallela ad AE che interseca BC in F. Per il "piccolo Teorema di Talete" (trasversali CB e AB), essendo $AD \cong DB$ per ipotesi allora $EF \cong FB (\cong \frac{BE}{2})$.

Poiché per ipotesi $CE \cong \frac{BE}{2}$ segue che $CE \cong EF$

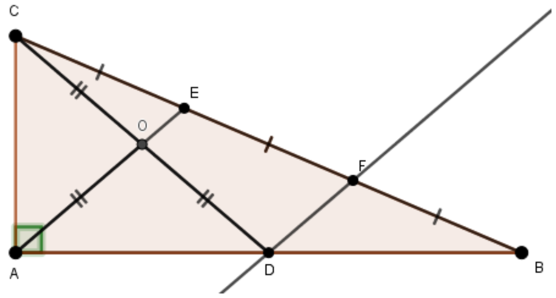


Chiamo O il punto di intersezione di AE e CD. Applico nuovamente il "piccolo Teorema di Talete" alle rette AE e DE, tagliate dalle trasversali CB e CD. Da $CE \cong EF$ (sopra dimostrato) segue $CO \cong OD$.



$\Rightarrow$

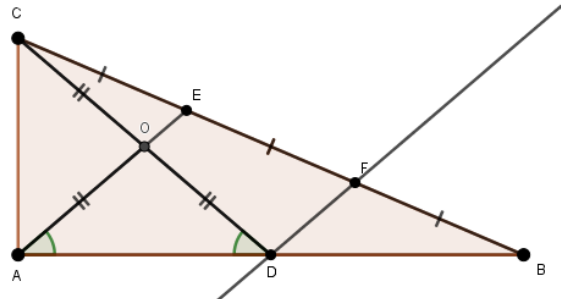
Se il triangolo ABC è rettangolo (in A) allora anche il triangolo ADC lo è (sempre in A) e per un noto teorema (proprietà caratteristica dei triangoli rettangoli- invertibile), la mediana relativa all'ipotenusa CD è metà dell'ipotenusa, quindi: $AO \cong CO \cong OD$.



Il triangolo AOD è pertanto isoscele sulla base AD e quindi $A\hat{D}O \cong D\hat{A}O$ ovvero $A\hat{D}C \cong B\hat{A}E$

$\Leftarrow$

Se $A\widehat{D}C \cong B\hat{A}E$ ovvero $A\widehat{D}O \cong D\hat{A}O$ allora il triangolo AOD è isoscele sulla base AD e quindi $AO \cong OD$. Avendo sopra dimostrato che $CO \cong OD$, nel triangolo ADC la mediana relativa al lato CD è metà di tale lato.



Per un noto teorema (inverso della proprietà caratteristica dei triangoli rettangoli) il triangolo ADC è rettangolo in A. Quindi anche ABC è rettangolo in A.

13)Soluzione proposta da Flatlandia-mar-Filippo-Bolzon – Liceo Giovanni Marinelli-Udine

[[…]] Incomprensibile senza la figura. Inoltre non scrive la classe.