

# FLATlandia

"Abbi pazienza, ché il mondo è vasto e largo" ([Edwin A. Abbott](#))

## FLATlandia - Problema 12-27 Marzo 2010

*Il testo del problema*

Costruire un triangolo  $ABC$ , con  $AB > AC$ .

L'altezza condotta dal vertice  $A$  incontra il lato  $BC$  in un punto interno  $K$ .

L'asse del lato  $BC$  interseca il lato  $AB$  nel punto  $F$ , mentre la retta passante per  $F$  e parallela al lato  $BC$  interseca il lato  $AC$  nel punto  $E$ .

a) Indicato con  $D$  il punto medio di  $BC$ , dimostrare che la retta  $DE$  passa per il punto medio dell'altezza  $AK$ .

b) Esaminare anche il caso in cui l'altezza condotta dal vertice  $A$  incontra la retta  $BC$  e non il segmento  $BC$ .

Giustificare le risposte.

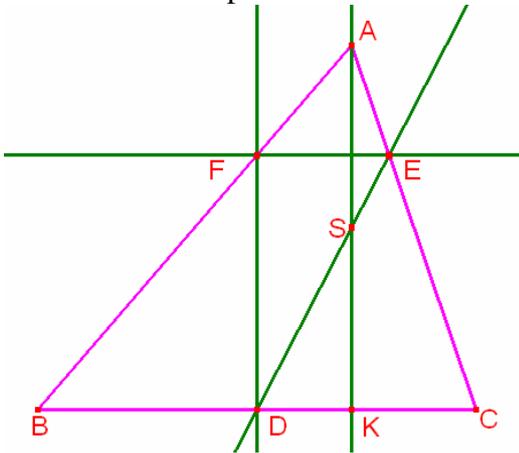


figura 1

a) Ci basiamo sulla figura 1 dedotta dal testo con le lettere indicate.

Riportiamo un segmento  $DG$  uguale a  $DK$  (figura 2) sulla base  $BC$  dalla parte opposta di  $K$  rispetto a  $D$  e uniamo  $G$  con  $A$ .

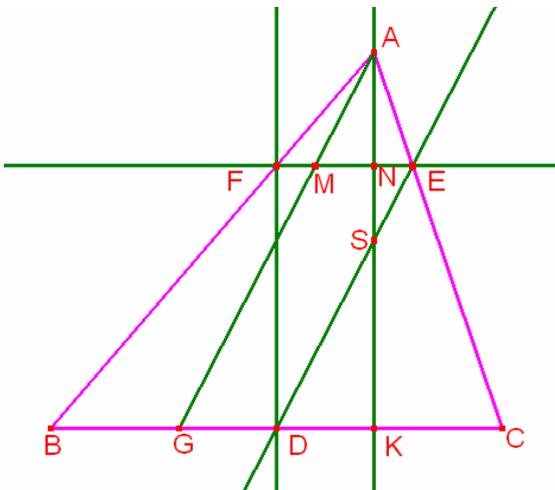


figura 2

E' immediato stabilire che  $KC=BG$  e quindi anche  $FM=NE$  (abbiamo indicato con  $M$  l'intersezione di  $FE$  con  $AG$  e con  $N$  l'intersezione di  $AK$  con  $FE$ ).

Se ne deduce che  $ME=MN+NE=MN+FM=FN$  e quindi il quadrilatero  $MEDG$  ha due lati opposti paralleli e isometrici e pertanto è un parallelogrammo ( $ME=FN=DK=DG$ ).

Quindi  $DE$  è parallelo ad  $AG$  ed essendo  $D$  il punto medio di  $KG$  allora  $S$  è il punto medio di  $AK$ .

b) Se  $K$  cade fuori di  $BC$  la dimostrazione si può facilmente adattare.