

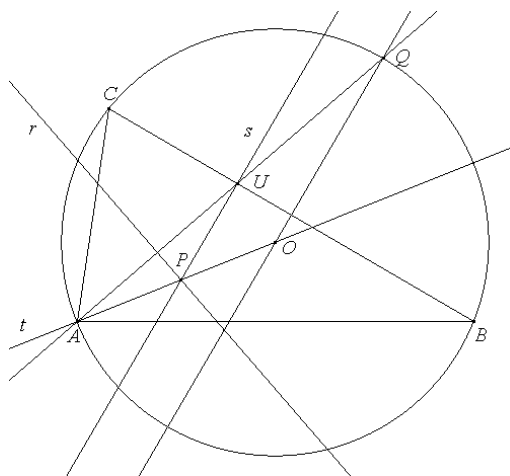
Problema Gennaio Febbraio 2009

Il testo del problema:

È dato un triangolo ABC . Indichiamo con U il punto in cui la bisettrice dell'angolo in A incontra il lato BC e con O il circocentro del triangolo. Siano poi r l'asse del segmento AU , s la retta perpendicolare al lato BC e passante per U , t la retta passante per i punti A e O .

1) Quale proprietà mette in relazione queste tre rette? Dimostrare tale proprietà.

2) Cosa succede quando il triangolo ABC è equilatero?



Commento

Sono giunte (con qualche difficoltà tecnica) tre risposte, una proveniente da una Scuola Media e due da due classi seconde di uno stesso Liceo Scientifico.

Il problema poneva due domande: nel primo quesito si chiedeva di stabilire la proprietà che legava tre rette presenti nella figura proposta; nel secondo quesito si chiedeva di analizzare un caso particolare.

Al primo quesito forniscono la risposta solo le due classi del Liceo Scientifico (anche se una sola delle risposte è da ritenersi sostanzialmente accettabile), mentre tutti prendono in esame il secondo quesito. Si impongono innanzi tutto alcune osservazioni: *a*) non riteniamo corretto il fatto che le due classi di Liceo diano per scontata (senza nemmeno citarla) la proprietà che la bisettrice di un angolo di un triangolo e l'asse del lato opposto a detto angolo si intersechino in un punto appartenente alla circonferenza circoscritta al triangolo (volendo essere pignoli, non è nemmeno scontato il fatto che le rette r e t si intersechino); *b*) una delle classi del Liceo per dimostrare che la retta s è parallela all'asse del lato BC (vedi figura sopra) utilizza la proprietà che P appartenga alla retta s , che deve ancora essere dimostrata (il parallelismo delle due rette è conseguenza del fatto che entrambe sono perpendicolari a BC). Abbiamo invece apprezzato che una classe sottolinei che il software CABRI permetta di effettuare la congettura che le tre rette siano concorrenti, ma che tale congettura debba poi essere dimostrata.

Sono pervenute risposte dalle seguenti scuole:

- Scuola Media – Collegio “N.C. Nannei”, Dimesse (UD)
- LS “Pitagora”, Rende (CS)

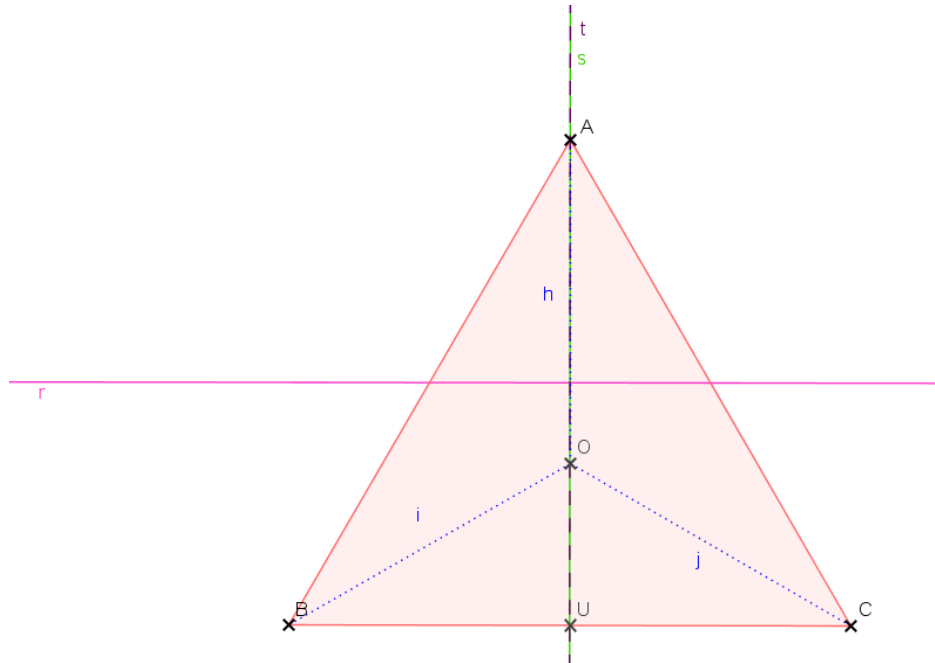
NOTA. Nelle soluzioni riportate, le correzioni o i commenti sono scritti fra parentesi quadre. Con doppia parentesi quadra vengono indicate le parti omesse.

Soluzioni

Gloria Nadalutti, Classe 3^o
Scuola Media Collegio "N.C. Nannet", Dimesse (UD)

1) [...]

2)



Dato che il triangolo è equilatero per il segmento AU passano 4 rette [il segmento AU fa parte di quattro rette coincidenti]:

- La bisettrice dell'angolo A
- L'asse del segmento BC
- La retta perpendicolare a BC passante per U (la retta s –verde-)
- La retta passante per i punti A e O (la retta t –viola-) [è abbastanza difficile distinguere i diversi colori]

La bisettrice AU passa per O perché in un triangolo equilatero la bisettrice divide in due parti uguali non solo l'angolo ma anche il lato opposto, ed è anche perpendicolare ad esso.

Quindi AU si può ritenere anche come l'asse [AU è anche l'asse] del lato opposto, BC.

Per spiegare la stessa cosa in un altro modo possiamo dire che la retta AU è anche asse del segmento BC perché U è il punto medio di BC, i punti B e C sono equidistanti da A [A è equidistante da B e C], e ogni punto equidistante dai due vertici del segmento fa parte dell'asse del segmento stesso.

Osserviamo che la retta r (rosa) è perpendicolare a AU, r [s], t e alla bisettrice (che alla fine sono la stessa cosa) per il semplice [?] fatto che è l'asse del segmento, cioè una retta perpendicolare al segmento passante per il suo punto medio. [Quindi, qual è la proprietà?]

Ho notato anche che non serve che il triangolo sia equilatero per possedere queste caratteristiche, anche in un semplice [perché "semplice"?] triangolo isoscele (con vertice in A) avviene ciò.

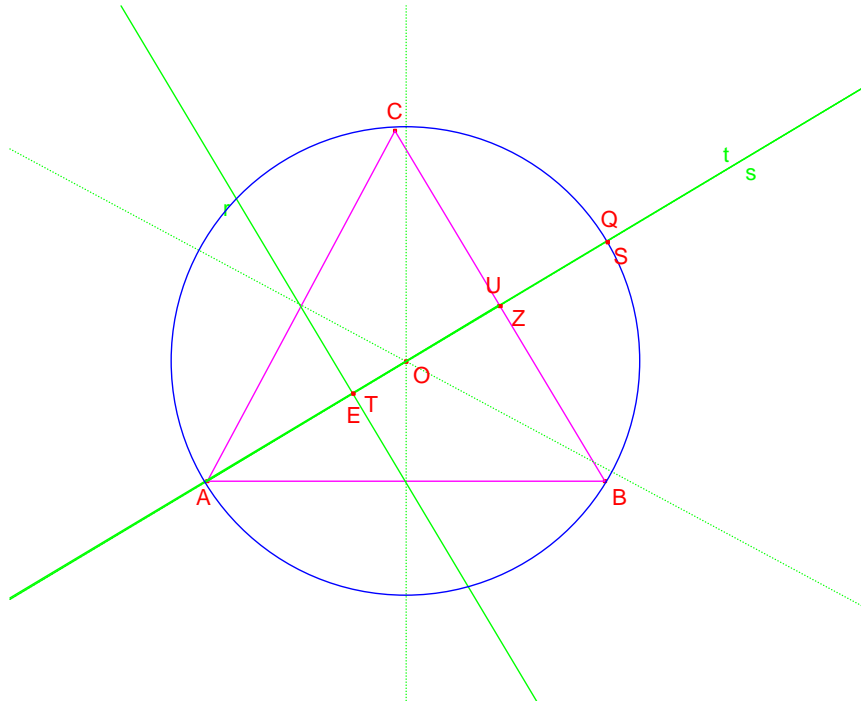
Infatti se guardiamo la figura in alto notiamo che AU è anche l'altezza relativa al lato BC quindi che il triangolo isoscele sia acutangolo o sia ottusangolo le proprietà rimangono immutate.

A parte il semplice [?] fatto che nel caso del triangolo isoscele ottusangolo il circocentro appare all'esterno della figura.

*Martina Casentino, Francesca Salituro, Ilaria Turano,
Classe 2B, LS "Pitagora", Rende (CS)*

1) [[...]]

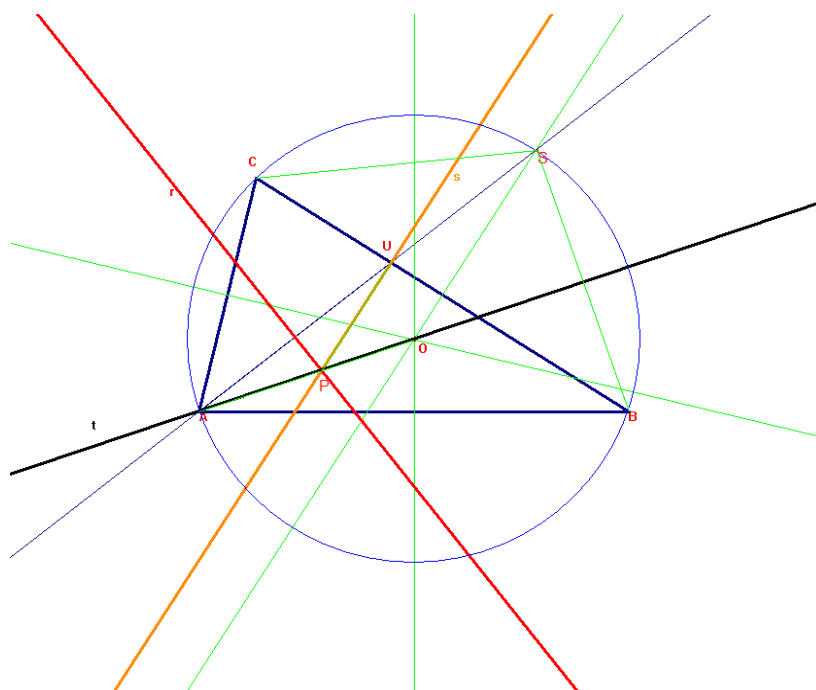
2)



Poiché in un triangolo equilatero la bisettrice e l'asse coincidono e U è il punto medio del lato CB, allora le rette s e t e la bisettrice dell'angolo di vertice A coincidono.

*Carmino William Amaro, Francesco De Rose, Francesco Pasqua, Alessandro Quarta
Classe 2E, LS "Pitagora", Rende (CS)*

1)



[...] Il triangolo AUP è isoscele perché il punto P appartenendo all'asse del segmento AU si trova alla stessa distanza dai punti A e P [U], di conseguenza $AP \cong UP$.

Il triangolo AOS è isoscele perché AO e OS sono raggi della circonferenza con centro il circocentro (cioè il punto O).

Avendo i due triangoli l'angolo $\hat{S}AO$ in comune allora l'angolo $\hat{A}UP \cong$ [sarà congruente] all'angolo $\hat{A}SO$ [oppure, in simboli, $\hat{A}UP \cong \hat{A}SO$].

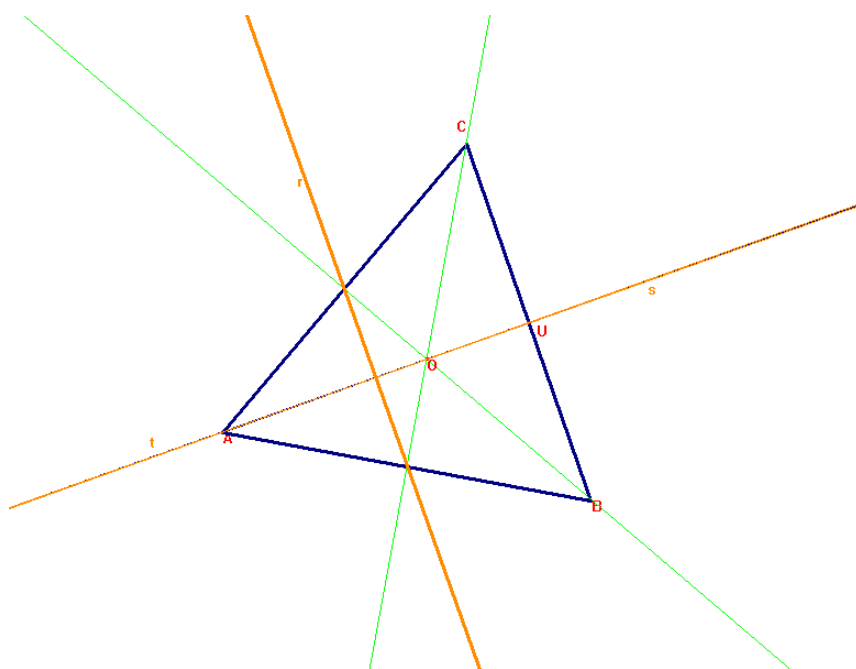
Quindi i segmenti PU e OS sono paralleli perché hanno angoli corrispondenti congruenti ($\hat{A}UP \cong \hat{A}SO$).

Il segmento OS è perpendicolare al lato CB perché [parte dell'] asse del segmento [è vero, ma occorre giustificarlo], quindi PU è perpendicolare al segmento CB.

Poiché PU è perpendicolare a CB allora appartiene alla [è parte della] retta s, dunque AO, r, s passano tutte per il punto P.

La proprietà [proprietà] che mette in relazione le tre rette e [è] che passano per lo stesso punto P.

2)



Se il triangolo diventa equilatero allora le rette t e s si sovrappongono perché in un triangolo equilatero la bisettrice corrisponde all'altezza [coincide con l'asse del lato opposto] in quanto s è perpendicolare al lato CB e passa per [contiene] la bisettrice AU.

Quindi la retta r è perpendicolare alle rette t e s.