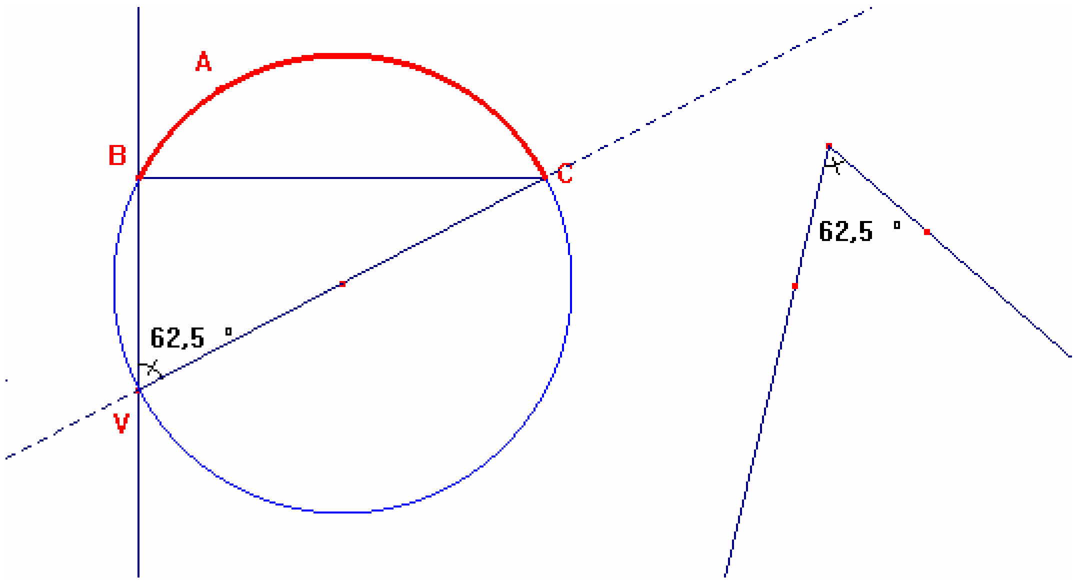
FLATlandia Gennaio 2005

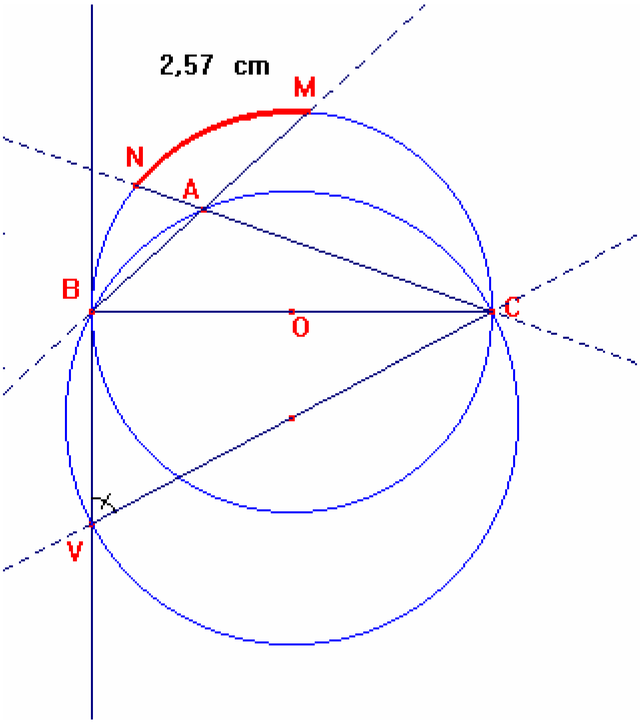
Soluzione proposta da
Mercedes Scarpino, classe 2G
Liceo Scientifico "G. B. Scorza", Cosenza (CS)

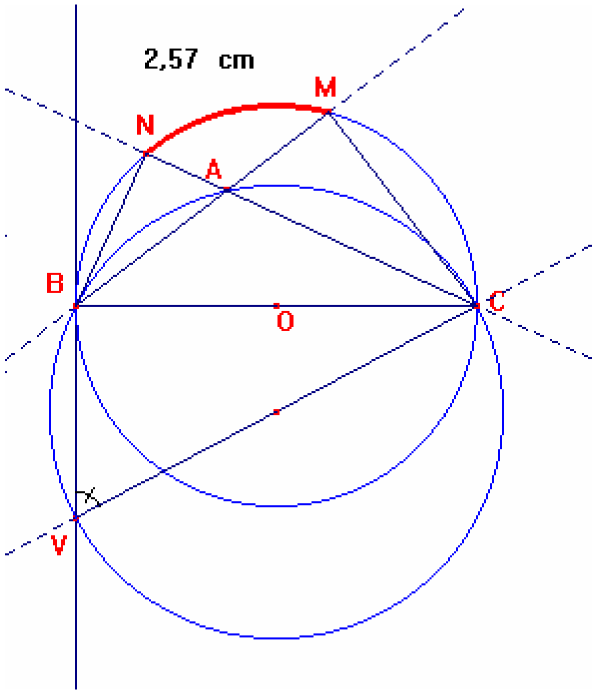
1)



COSTRUZIONE E DIMOSTRAZIONE:
Dato il segmento BC, traccio la perpendicolare ad esso passante per il punto B, sulla quale si individua un punto V tale che l'angolo BVC sia congruente all'angolo α dato [si doveva dare una costruzione esatta della posizione di V, ad esempio costruendo in C un angolo con misura (90°-α)].
CV è l'ipotenusa del triangolo rettangolo BCV ed è anche il diametro della circonferenza circoscritta al triangolo BCV, dato che tutti i triangoli rettangoli possono essere inscritti in una semicirconferenza avente per diametro l'ipotenusa stessa. Sulla circonferenza così ottenuta i punti B e C individuano l'arco BAC richiesto [l'arco richiesto non è quello indicato in figura, ma l'arco in cui è inscritto l'angolo BVC].

2)





Al variare di A sull'arco BC, l'arco MN rimane sempre costante [in questo caso l'affermazione è vera per ogni posizione di A sull'arco considerato].

DIMOSTRAZIONE:
Considero il quadrilatero ABVC che si è venuto a formare, esso è inscritto nella circonferenza di diametro CV, ed in esso, come in tutti i quadrilateri inscritti in una circonferenza, gli angoli opposti sono supplementari. Perciò se l'angolo BVC è α, l'angolo BAC ad asso opposto è (180°-α), e l'angolo MAC supplementare a quest'ultimo è α .
Essendo BMC = 90° (perché angolo retto del triangolo BMC inscritto nella semicirconferenza di diametro BC), l'angolo **MCA è (90°- α)**, perché complementare dell'angolo MAC.
A sua volta anche l'angolo NAB è supplementare dell'angolo BAC, e quindi è anch'esso α .
Essendo BNC = 90° (perché angolo retto del triangolo BNC inscritto nella semicirconferenza di diametro BC), l'angolo **NBA è (90°- α)**, perché complementare dell'angolo NAB.
I due angoli alla circonferenza MCA e NBA sono perciò congruenti fra loro; ma, al variare di A sull'arco BC, i due triangoli MAC ed NAB continuano ad essere rettangoli e con gli angoli MCA ed NBA, rispettivamente, congruenti a (90°- α).
Quindi, poiché in una stessa circonferenza angoli alla circonferenza congruenti insistono su archi congruenti, gli archi NM sottesi dagli angoli suddetti sono sempre congruenti fra loro e quindi l'arco NM è sempre costante.