

## Problema di Maggio

Dato un angolo convesso di vertice  $V$ , sia  $A$  un qualunque punto di tale angolo.

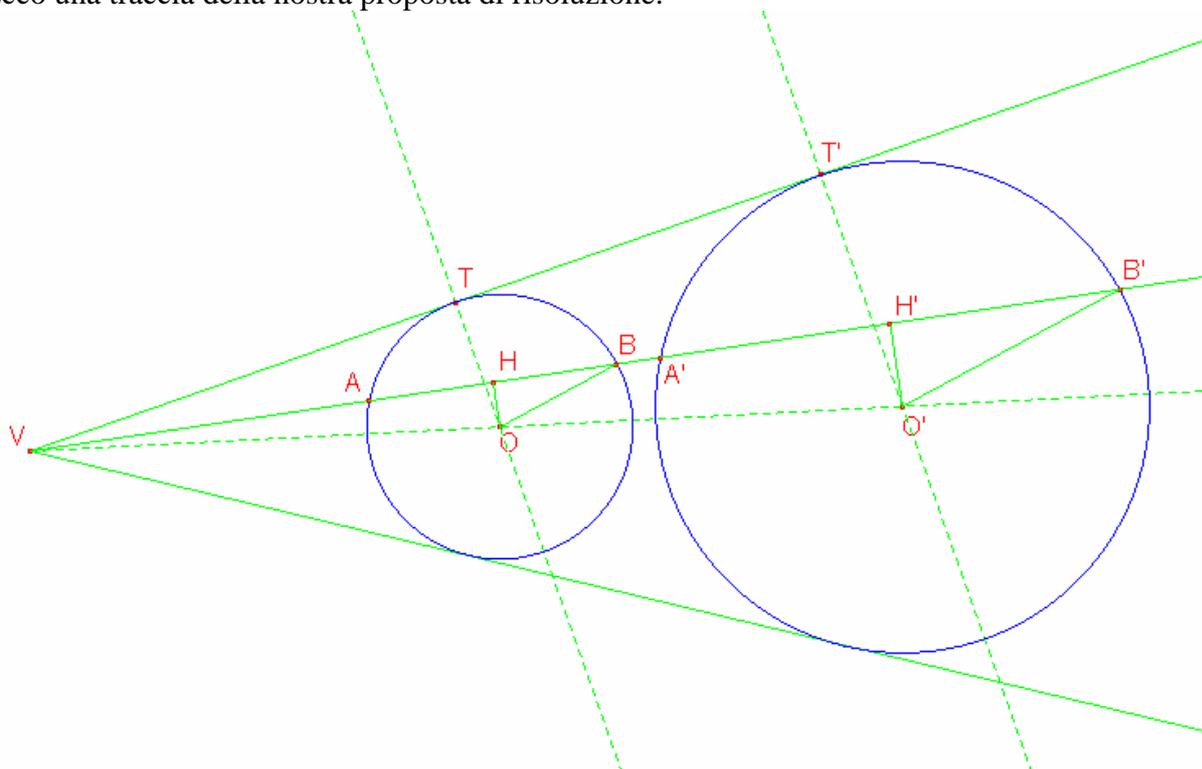
- Costruire la/le circonferenze passanti per  $A$  e tangenti ai lati dell'angolo.
- Giustificare la costruzione effettuata.

Alcuni studenti della classe 3P della SM "C. A. Dalla Chiesa" avevano fornito una bella costruzione del caso generale, cioè  $A$  non appartiene alla bisettrice. Avevano osservato che le rette passanti per il vertice intersecano le circonferenze tangenti ai lati di un angolo in punti che, congiunti con i rispettivi centri, formano triangoli simili.

Poiché i ragazzi della scuola media non avevano giustificato la loro costruzione proponemmo, a chi avesse voluto farlo, di inviarci, entro il 30 Settembre 2004, una dimostrazione della proprietà da essi utilizzata.

Abbiamo riproposto il termine del 31 Dicembre, ma non abbiamo ricevuto risposte.

Ecco una traccia della nostra proposta di risoluzione:



$VHO$  simile a  $VH'O'$  quindi  $VO : VO' = OH : O'H'$   
 $VOT$  simile a  $VO'T'$  quindi  $VO : VO' = OT : O'T'$   
Allora  $OH : O'H' = OT : O'T'$  e  $OH : O'H' = OB : O'B'$

I triangoli rettangoli  $OHB$  e  $O'H'B'$  hanno proporzionali l'ipotenusa e un cateto: si può affermare che sono simili?

Per dimostrarlo si può sovrapporre  $OH$  su  $O'H'$  ottenendo  $O'H''$ , dal punto  $H''$  si traccia la parallela a  $A'B'$ , ottenendo il triangolo  $O'H''B''$  simile a  $O'H'B'$ .

Allora  $O'H'' : O'H' = O'B'' : O'B'$

Per l'unicità della quarta proporzionale  $O'B''$  è congruente a  $OB$  quindi  $OHB$ , congruente a  $O'H''B''$ , è simile a  $O'H'B'$ .