

Indice

Partecipanti	Pag.	4
Introduzione.....	Pag.	5
Materiali e metodi della ricerca.....	Pag.	8
Presentazione delle proposte didattiche.....	Pag.	10
Simmetria assiale e simmetria centrale.....	Pag.	13
Le isometrie: osserva, costruisci, scopri.....	Pag.	37
Parabola e iperbole sono sempre funzioni?.....	Pag.	81
Problemi di primo e secondo grado con attenzione ai casi limite.....	Pag.	125
Appendice.....	Pag.	161
Bibliografia consigliata nel seminario.....	Pag.	164

Partecipanti

Commissione:

ARPINATI A.M. (IRRSAE-ER), BETTINI G. (Redazione di CABRIRRSAE) MEZZOGORI V. (S.M. S. d'Acquisto Bologna), MASI M. G. (S.M. Casini Bazzano BO), ORLANDONI A. (ITCS G. Salvemini Casalecchio BO), RICCI R. (L.S. A. Righi Bologna), TASSO D. (S.M. Donini Pelagalli Castelmaggiore BO).

Insegnanti di Scuola Secondaria di primo grado:

BASILE M.E. (S.M. Carracci-Carducci Bologna), CADONI G. (S.M. Simoni Medicina BO) CORSINI E. (S.M. Pascoli Anzola Emilia BO), GIACOMETTI G. (S.M. Cavour Forlì), GRASSI A. (S.M. Pascoli Codigoro FE), MASI M. G. (S.M. Casini Bazzano BO), MEZZOGORI V. (S.M. S. d'Acquisto Bologna), MINGHETTI N. (S.M. Novello Ravenna), MUSIANI M. (S.M. Guercino Bologna), SCHENONE P. (S.M. Pascoli Anzola Emilia BO), SEMPRINI F. (S.M. Saffi Forlì), TUMIATI NEDA (S.M. Chendi Tresigallo FE),

Insegnanti di Scuola Secondaria di secondo grado:

BALLANDI C. (LS Wiligelmo Modena), BETTINI G. (Redazione DI CABRIRRSAE), GOLDONI A. (LS Wiligelmo Modena), GOZZA M.G. (ITC Mattei S. Lazzaro BO), GRASSI G. (ITI S. Lazzaro BO), LANDINI G. (ITA Serpieri BO), MAGNANI B. (LS Volta Riccione FO), MUSSINI D. (LS Wiligelmo Modena), NANETTI P. (ITC G. Salvemini Casalecchio BO), ORLANDONI A. (ITC G. Salvemini Casalecchio BO), PALAZZI E. (IM Cardinal Morone Modena), RABBI M. (LG Cevolani Cento FE), RAGAGNI M. (LS Leonardo da Vinci Casalecchio BO), RICCI R. (L.S. A. Righi Bologna), SILLA C. (ITC Fantini Vergato BO). TURRINI M. (Scuola Magistrale S.M. Immacolata Modena)

Introduzione

Il presente volume raccoglie i frutti del lavoro di un gruppo di docenti di matematica di scuola secondaria di secondo grado. Coordinati dall'IRRSAE-ER e suddivisi in tre sottogruppi i docenti hanno progettato unità didattiche che prevedono l'uso del software Cabri-géomètre, hanno provato in classe i materiali prodotti e, a sperimentazione conclusa, hanno riordinato i suddetti materiali sia alla luce dell'esperienza fatta sia riadattandoli per la nuova versione del software Cabri II. L'obiettivo di questo lavoro è stato quello di rendere i materiali fruibili per i colleghi che vogliono usarli come punti di riferimento per esperienze didattiche analoghe. Un altro gruppo di docenti appartenenti alla scuola secondaria di primo grado, ha elaborato e sperimentato unità didattiche per la versione Cabri 1.7. Questi materiali verranno pubblicati in altra veste nella collana “Quaderni di CABRIRRSAE” o come articoli del bollettino CABRIRRSAE.

Cosa è Cabri-géomètre

Cabri è uno strumento informatico di supporto all'insegnamento della geometria euclidea nel piano: il programma utilizza lo schermo del computer come un “foglio da disegno” in cui l'utente può tracciare delle figure geometriche. Le costruzioni realizzabili sono quelle classiche “con riga e compasso”, ottenute con strumenti informatici anziché con quelli tradizionali del disegno.

Cabri è un software completamente “aperto”; non viene individuato in esso o da esso un percorso didattico predefinito, ma il programma si offre come ausilio per percorsi didattici estremamente variati e flessibili a seconda delle esigenze dell'insegnante; in particolare lo strumento delle macro-costruzioni può potenziarne le capacità fino a rendere possibili costruzioni estremamente complesse che possono diventare particolari voci del menu del programma.

Come Funziona

Una caratteristica interessante è il modo in cui è realizzata la cosiddetta “interfaccia utente”, particolarmente per quello che riguarda la manipolazione degli oggetti geometrici costruiti. Questi oggetti sono deformabili mediante lo spostamento dei punti di base della costruzione; questo spostamento viene realizzato semplicemente “prendendo” il punto e spostandolo con il mouse.

L'interazione tra l'utente e la figura avviene in modo molto diretto, quasi “fisico” ed è ben diversa da quella di ambienti software in cui essa è realizzata in modo molto più mediato e astratto, come avviene quando si devono immettere comandi e formule. Questa estrema facilità d'uso rende Cabri utilizzabile a livello di scuola

media inferiore e, forse, anche elementare. (Tratto da un articolo di P. Boieri su CABRIRRSAE N. 1 -IRRSAE Emilia Romagna- Febbraio '93)

Cosa può fare

Cabri è uno "strumento virtuale" che può evolvere e trasformarsi in funzione del livello di conoscenza e di pensiero dell'utilizzatore. Per un bambino, sarà di volta in volta una matita, una riga, un compasso, una gomma. Per un ragazzo, sarà un docile esecutore di procedure anche lunghe e complesse, che trasformerà in semplici e potenti macro-costruzioni; potrà essere anche un prezioso aiuto nella dimostrazione di teoremi; avrà il ruolo di un collaboratore capace di ricordare tutto il lavoro eseguito in ordine cronologico. Per un ragazzo più grande, infine, sarà anche uno strumento di inattesa e sorprendente capacità intellettuale: un costruttore di luoghi geometrici.

Accanto alle capacità operative di Cabri, non bisogna dimenticare la nuova e inattesa possibilità di riflettere sulle proprie procedure di pensiero geometrico, di esplicitarle, di manipolarle. In questo senso si può affermare che Cabri favorisce anche uno sviluppo della riflessione epistemologica, *intesa come* studio dello sviluppo delle conoscenze. (Da un articolo di G. Zanarini su CABRIRRSAE N. 2 -IRRSAE Emilia Romagna- Maggio '94)

Cosa è cambiato in Cabri-géomètre II

Cabri II è la naturale evoluzione di Cabri 1.7, utilizzando infatti la possibilità di togliere alcune voci dai menu, è possibile costruire un "sottoinsieme" di Cabri II, che ha le stesse caratteristiche di base della versione precedente ma con alcune migliorie.

La barra degli strumenti contiene undici icone che sostituiscono e integrano le voci Creazione, Costruzione e Diversi della versione precedente.

I menu sono più "ricchi", esiste la possibilità di costruire animazioni e di verificare direttamente proprietà, possiede inoltre alcune opzioni (in particolare il trasporto di misura) che fanno uscire dal mondo della costruzione con riga e compasso.

Viene introdotto un ambiente dedicato esplicitamente alla geometria analitica con la possibilità di visualizzare il piano cartesiano e le equazioni di rette e coniche; si possono ora affrontare anche questioni di grafica di funzioni e di analisi, grazie anche alla calcolatrice e alla tabella che interagiscono con la figura.

L'ampliamento delle potenzialità applicative del software comporta qualche difficoltà nella collocazione didattica e lo fa ritenere, almeno a priori, più adatto a studenti più maturi (di scuola media superiore). Sarà il lavoro di ricerca degli insegnanti che potrà determinare la naturale collocazione del programma. (Tratto da un articolo di P. Boieri e Adelaide Ramassotto su CABRIRRSAE N. 12 -IRRSAE Emilia Romagna- Giugno '97)

Il software Cabri, come ormai molti sanno, nasce presso il Laboratoire de Structures Discrètes et de Didactique di Grenoble (Francia) ed in Italia è distribuito da Loescher Editore e da Texas Instruments.

Presso l'Istituto Regionale di Ricerca esistono altri materiali riguardanti Cabri, elaborati in classi di scuola media inferiore, di biennio e di triennio di scuola media superiore; sta nascendo un interesse verso Cabri anche da parte di docenti di scuola elementare.

Per ogni eventuale chiarimento o richiesta su questo particolare software, si può fare riferimento al gruppo di lavoro operante presso l'IRRSAE-ER.

(Via Ugo bassi 7 - 40121 Bologna
Tel 051/227669 - Fax 051/269221
E-mail: cabri@arci01.bo.cnr.it
web: <http://arci01.bo.cnr.it/cabri/>)

Bologna 30 Aprile 1998

Anna Maria Arpinati

(IRRSAE-ER)

Materiali e metodi della ricerca

Nella primavera del 1995 la Commissione IRRSAE, anche in conseguenza del grosso interesse che stava suscitando il software Cabri fra gli insegnanti della scuola secondaria di primo grado e di secondo grado, era interessata a promuovere iniziative che portassero un numero sempre maggiore di insegnanti:

- a ricercare e capire il guadagno formativo che può dare Cabri rispetto ad un insegnamento “più tradizionale”;
- a determinare quali obiettivi fossero meglio raggiungibili per la geometria e la matematica, utilizzando Cabri in classe;
- ad individuare i tipi di attività più idonei al raggiungimento di obiettivi, che costituissero un momento di reale continuità fra scuola secondaria di primo e secondo grado;
- a progettare unità didattiche da sperimentare in classe;
- a verificare i risultati della realizzazione degli interventi didattici;
- a produrre materiali di qualità da inserire nel bollettino “CABRIRRSAE” o nella collana “Quaderni di CABRIRRSAE”.

Si è quindi pensato di costituire gruppi di lavoro, anche decentrati in Regione, disposti ad operare per raggiungere le finalità indicate.

Sulla base di disponibilità dichiarate da parte di insegnanti di matematica che avevano seguito il seminario su CABRI del settembre '94, la Commissione ha elaborato una proposta e ha coinvolto complessivamente 28 insegnanti, suddivisi fra scuola secondaria di primo e di secondo grado.

La proposta, corredata da un protocollo di intesa (riportato fra gli Allegati finali), prevedeva momenti di lavoro decentrato per piccoli gruppi e momenti di lavoro in comune, presso la sede dell'IRRSAE-ER di Bologna e a Bellaria (seminario residenziale) per le operazioni di stesura dei materiali, confronto, discussione e verifica finale dell'esperienza.

In questa fase agli insegnanti coinvolti è stato chiesto di indicare non più di tre argomenti che avrebbero voluto trattare, la classe, il numero di ore previste (l'indicazione era di circa 10 ore) e, soprattutto, il motivo per cui ritenevano significativo l'uso di CABRI.

Allo scopo di operare una scelta fra i temi proposti la Commissione ha messo a punto alcuni criteri:

- l'argomento doveva essere "tradizionale" in riferimento alla classe, e non iniziale (cioè un argomento che solitamente viene affrontato nel secondo quadrimestre);
- nella motivazione dovevano essere presenti termini indicatori come; *congettura, dinamicità, formulazione e verifica di congetture, ...*
- gli argomenti dovevano, preferibilmente, contenere elementi di continuità fra i due livelli scolari;
- il tempo previsto per la realizzazione dell'esperienza in classe non doveva superare le 10 ore;
- si doveva tenere conto della frequenza con cui l'argomento era stato proposto.

Nell'incontro di settembre la Commissione ha presentato agli insegnanti, dopo aver esposto i criteri, gli argomenti selezionati, ha indicato una metodologia di lavoro e ha presentato una traccia di discussione.

I sei gruppi costituiti (due della scuola secondaria di primo grado e tre di quella di secondo grado), hanno individuato un argomento fra quelli proposti, hanno preparare un itinerario didattico e si sono suddivisi i compiti in preparazione dell'incontro a Bellaria di dicembre.

Fra settembre e dicembre i gruppi hanno operato in modo autonomo, analizzando la bibliografia distribuita e dettagliando il percorso didattico.

Nel seminario di Bellaria sono stati distribuiti agli insegnanti degli esempi di schede di lavoro per docenti e/o studenti (riportati negli Allegati finali) e una traccia di lavoro col duplice scopo di creare una maggior omogeneità fra i materiali e di avere un lessico comune. Questo ha senza dubbio facilitato il confronto e la discussione fra i gruppi.

Alla fine del seminario ogni gruppo ha presentato una proposte didattica dettagliata, che è stata discussa fra tutti, e ha consegnato i materiali prodotti. Già in questa fase la produzione risultava ampia e dettagliata e, come spesso accade, i limiti di tempo previsti per il lavoro in classe risultavano spesso superiori alle 10 ore previste inizialmente. Questo più che per errori di valutazione iniziale, per una "espansione" dell'argomento.

Nella fase successiva tutti avrebbero dovuto sperimentare in classe le proposte per procedere ad una verifica dell'esperienza e ad una revisione dei materiali.

A settembre '96 è avvenuto l'ultimo incontro in cui è emerso che non tutti avevano sperimentato i materiali per difficoltà emerse nel corso dell'anno scolastico. Questo costituisce il punto debole dell'esperienza anche se tutte le proposte sono state sperimentate almeno in una classe.

Analizzati criticamente successi e insuccessi della sperimentazione ogni gruppo ha proceduto ad una stesura definitiva dei materiali da proporre alla sperimentazione di altri insegnanti. Come precedentemente detto i materiali sviluppati dai docenti della scuola secondaria di secondo grado sono stati anche riadattati per essere utilizzati con la nuova versione del software Cabri II.

Presentazione delle proposte didattiche

I percorsi didattici costruiti e qui presentati sono stati realizzati in modo autonomo da ogni gruppo, ma le discussioni generali hanno consentito a tutti gli insegnanti coinvolti di conoscere meglio le problematiche relative ai diversi livelli scolastici. In campo geometrico il problema della continuità fra scuola media inferiore e biennio superiore è principalmente quello di passare dalla manipolazione ad uno studio sempre più rigoroso che abitui lo studente sia a distinguere fra verifica e dimostrazione sia a costruire dimostrazioni. Nei progetti sperimentati si individua un altro elemento di continuità: l'uso del laboratorio informatico e del software Cabri-géomètre come metodologia comune di lavoro.

Presentiamo brevemente le proposte di ciascun gruppo:

“Enti e relazioni geometriche di base” e **“I quadrilateri”** sono i lavori prodotti dal gruppo “Medie fuori Bologna”, diviso in due sottogruppi.

I docenti di questo gruppo hanno cercato di mettere a punto, nella prima unità didattica, un percorso che, mentre propone ai ragazzi attività relative ai primi contenuti del corso di geometria, costituisca anche un approccio all'uso delle funzioni più semplici del programma Cabri-géomètre.

La seconda unità didattica è rivolta a ragazzi già “esperti” nell'uso del software e propone un approfondimento di proprietà già studiate, realizzato come attività di laboratorio.

“Attività sui poligoni con Cabri” è l'unità didattica del gruppo “Medie Bologna”. Questa proposta di lavoro ha fra i suoi scopi quello di far capire agli studenti la differenza concettuale e pratica fra una ricerca sperimentale e una attività di tipo esclusivamente teorico facendo ricorso frequentemente all'uso di tabelle e grafici da cui dedurre leggi generali. La fase sperimentale viene realizzata in laboratorio utilizzando Cabri come strumento per disegnare, modificare e misurare (con attenzione agli errori di misura).

“Simmetria assiale e simmetria centrale” del gruppo “Superiori Modena” è una unità didattica rivolta a studenti del biennio di scuola secondaria di secondo grado. In questo lavoro si presuppone la conoscenza del software Cabri e dei concetti base delle trasformazioni geometriche.

Utilizza la simmetria (assiale e centrale) per verificare proprietà di figure geometriche già note, per giungere alla classificazione dei triangoli e allo studio dei parallelogrammi. Nel percorso di questo lavoro si introduce già il concetto di luogo geometrico.

“Le isometrie: osserva, costruisci, scopri” e **“Parabola e iperbole sono sempre funzioni?”** sono i lavori prodotti dal gruppo “Salvemini”, diviso in due sottogruppi. Il primo è rivolto a studenti del biennio di scuola media superiore ed è una unità didattica completa che può essere svolta senza avere un libro di testo come supporto. Essa ha come obiettivo primario lo studio delle isometrie finalizzandole al successivo studio dei luoghi e delle funzioni; al percorso didattico principale si premettono due schede per la presentazione e l'acquisizione dei comandi fondamentali del software Cabri.

La seconda unità didattica è rivolta a studenti del terzo anno di scuola media superiore e propone, come introduzione allo studio della geometria analitica, la costruzione per via sintetica di luoghi geometrici noti e non ancora noti, resa agile e possibile da una delle opzioni del menu di Cabri.

“Problemi di primo e secondo grado risolti col metodo dei luoghi con attenzione ai casi limite” del gruppo “Superiori Bologna” è rivolto a studenti del triennio di scuola superiore che conoscono già la geometria analitica e il programma Cabri. In questa proposta si utilizza la capacità di Cabri di costruire luoghi geometrici per affrontare la soluzione di problemi di primo e secondo grado per via sintetica; si sfrutta inoltre la possibilità di modificare le figure offerta dal software per rimuovere uno degli ostacoli maggiori che incontrano gli studenti, la difficoltà a costruire una rappresentazione mentale sufficientemente dinamica della figura che rappresenta il problema.

Le proposte “Enti e relazioni geometriche di base”, “I quadrilateri”, “Attività sui poligoni”(Scuola secondaria di 1° grado) e “Simmetria assiale e simmetria centrale”, “Le isometrie: osserva, costruisci, scopri” (biennio di Scuola secondaria di 2° grado) utilizzano come metodologia comune la presentazione e la acquisizione di concetti attraverso schede di lavoro guidato per gli alunni (v. Appendice). Le conoscenze introdotte con le unità didattiche per la Scuola Media costituiscono prerequisiti fondamentali per le attività proposte per il biennio: in “Simmetria assiale e simmetria centrale” sono ampiamente utilizzate anche se non esplicitamente richiamate, mentre in “Le isometrie: osserva, costruisci, scopri” è presente una scheda iniziale di manualità che riprende parte dei concetti introdotti nella Scuola Media con lo scopo di ripassare e approfondire le conoscenze pregresse e di rafforzare negli studenti l’idea della continuità fra i due livelli scolastici.

Dal confronto fra i lavori realizzati per il biennio e quelli per il triennio emergono, nella metodologia adottata, alcune analogie e differenze importanti: “Parabola e iperbole sono sempre funzioni?” è stato impostato in stretta collaborazione con gli insegnanti del biennio; quindi il lavoro sulle isometrie risulta, se non indispensabile, senz’altro propedeutico e utile per gli studenti del triennio sia nei contenuti che nei metodi: il lavoro si sviluppa partendo, nel biennio, con schede di lavoro completamente guidate e passando gradualmente a proporre, nel triennio, tracce di lavoro sempre più aperte.

Nell’unità didattica “Problemi di primo e secondo grado risolti col metodo dei luoghi con attenzione ai casi limite” i problemi proposti sono accompagnati da tracce di lavoro per gli studenti che solo a volte sono parzialmente guidate con lo scopo di rendere lo studente sempre più autonomo spingendolo ad individuare strategie di risoluzione più che ad eseguire istruzioni e abituandolo a dimostrazioni sempre più rigorose.

Nel presente volume vengono pubblicati i tre lavori delle Scuole Secondarie di 2° grado in quanto sono stati rivisti, aggiornati e sperimentati in classe, con l’utilizzo del software **Cabri II**.

