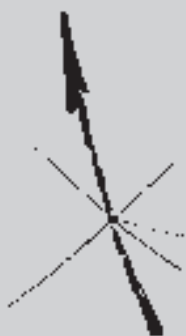


quaderni di **CABRI RRS AE**



Giuseppe Giacometti

***ALLA
SCOPERTA
DEI
LUOGHI
GEOMETRICI***

con CABRI GÉOMÈTRE II nella scuola media

n°

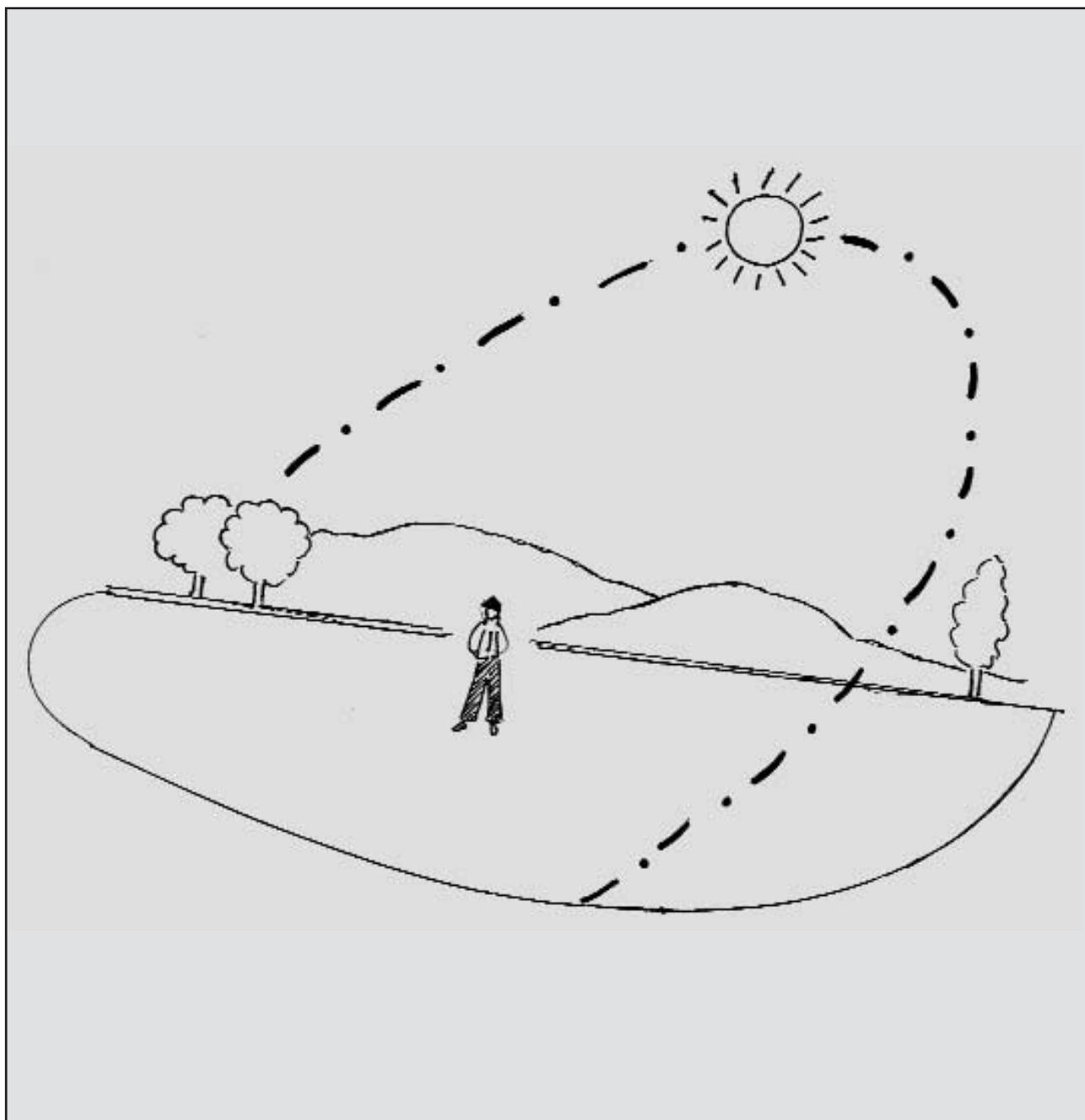
24

Giuseppe Giacometti

Docente di Scienze matematiche, chimiche, fisiche e naturali presso
la Scuola Media Statale "Via Ribolle" - via Ribolle, 47 - 47100 Forlì

Il materiale pubblicato da **CABRI**RRSAE può essere riprodotto, citando la fonte

Giuseppe Giacometti



***ALLA SCOPERTA
DEI LUOGHI
GEOMETRICI***

con CABRI GÉOMÈTRE II nella scuola media

*Agli studenti
che useranno queste tracce
auguro un divertimento almeno pari
a quello che io ho vissuto preparandole*

4

L'immagine di pagina 3:

Il percorso apparente compiuto dal Sole, dall'alba al tramonto, può essere ritenuto un esempio molto comune di "successione di punti" e quindi immagine concreta del concetto di luogo geometrico.

INDICE

Premessa	pag.	6
Lo strumento LUOGO	pag.	7
Lo strumento TRACCIA.....	pag.	10
Schede di lavoro	pag.	11
Esercitazione n.1 - scheda	pag.	12
Esercitazione n.1 - asse di un segmento	pag.	13
Esercitazione n.2 - scheda	pag.	14
Esercitazione n.2 - bisettrice di un angolo	pag.	15
Esercitazione n.3 - circonferenza.....	pag.	16
Esercitazione n.4 - corona circolare.....	pag.	17
Esercizi in laboratorio.....	pag.	18
Esercitazione n.5 - ellisse	pag.	19
Esercitazione n.6 - parabola	pag.	20
Esercitazione n.7 - iperbole	pag.	21
Esercizio in laboratorio.....	pag.	22
Esercitazione n.8 - cicloide	pag.	23
Esercitazione n.9 - solidi di rotazione	pag.	24
Esercizi per allenare la mente.....	pag.	27
Bibliografia.....	pag.	27

Premessa

Fino alla diffusione di Cabri l'espressione "luogo geometrico" non era di uso frequente nel lessico geometrico dei programmi per la Scuola Media.

La possibilità di generare luoghi geometrici "in diretta" è, infatti, una delle promesse vincenti di Cabri: in questo modo il concetto di luogo geometrico risulta intuitivo e quindi più facilmente comprensibile anche in una fascia di età in cui si avvia il passaggio dal concreto all'astratto.¹

Definizione

Nel linguaggio geometrico si definisce "luogo geometrico"² la figura formata dall'insieme di tutti e soli i punti del piano o dello spazio che godono di una ben determinata proprietà.

Ad esempio, nel piano, la circonferenza (e, nello spazio, la superficie sferica) è il luogo dei punti equidistanti da un punto fisso, detto centro.

Nel piano (o nello spazio) cartesiano un luogo geometrico è l'insieme dei punti che con le loro coordinate soddisfano una stessa equazione.

Ad esempio sono luoghi geometrici

- l'asse y , avente tutti i punti di ascissa nulla ($x = 0$);
- la retta $y = x$, bisettrice del primo e del terzo quadrante;
- la circonferenza $x^2 + y^2 = 16$;
- la regione del piano individuata dalla disequazione $x > 2$.

In generale, i ragazzi della Scuola Media incontrano qualche difficoltà nei processi di astrazione e generalizzazione verso i quali muovono i loro primi passi.

Per cercare di facilitare la comprensione del "luogo geometrico" ci si può riferire sia al significato dinamico, usando espressioni come "percorso tracciato" o "il punto si muove in modo tale che", sia al significato statico e definire il luogo di P come "l'insieme delle posizioni che P può occupare".

Lo studio dei luoghi può essere avviato in una qualsiasi delle classi della scuola media, ma richiede senza dubbio una previa familiarità con gli strumenti di Cabri.

Si può anche consigliare, ove l'insegnante lo ritenga opportuno, una lezione dimostrativa usando un proiettore collegato al PC.

¹ La collana Quaderni di CABRI RRS AE ha già pubblicato il quaderno n.8 M. Brambilla, E. Lamanna, *Cabri-géomètre e i luoghi geometrici* orientato, in modo particolare, alla Scuola Secondaria Superiore.

Il quaderno n.11 G. Giacometti, *Cabri Géomètre e lo studio delle coniche nella scuola media*, pubblicato ai tempi della versione 1.7, può essere aggiornato per Cabri II utilizzando le schede 5, 6, 7 qui proposte.

² La parola luogo, dal latino *locus*, è la traduzione letterale della parola greca *topos* (= luogo, sito, posto), già usata dallo stesso Euclide e da tutti i matematici greci antichi.

"Luogo" è sinonimo di "insieme di punti" (un luogo può consistere di una retta, di una curva, di linee, di un piano, di una regione in due o tre dimensioni, di un singolo punto o di un insieme di punti isolati).

Possiamo avvicinarci al concetto di "luogo" pensando al moto apparente del Sole, alla traiettoria di un aereo, di un fuoco d'artificio, dello zampillo di una fontana,...

Esercitazione propedeutica

Prima di affrontare lo studio dei luoghi geometrici è opportuno acquisire familiarità con l'uso di due strumenti

LUOGO della casella *CONSTRUISCI*

TRACCIA della casella *VISUALIZZA*

illustrati, rispettivamente, alle pagine 7/11 e 12/9 del manuale di CABRI Géomètre II.

Lo strumento LUOGO

Così lo descrive il messaggio di aiuto (si ottiene sul foglio, in basso, premendo il tasto funzione F1): “Costruisce automaticamente il luogo di un oggetto (punto, segmento, circonferenza, retta, semiretta) o l'involuppo di una retta. Si indica l'oggetto, poi il punto che genera il luogo.”

Consente di disegnare oggetti definiti dal movimento di un punto vincolato (nel linguaggio di Cabri “punto su un oggetto”) ad un cammino ben determinato (segmento, arco, circonferenza ...).

Il luogo disegnato è considerato un oggetto definito ed è, quindi, modificabile, cancellabile, stampabile ... Questo fatto rappresenta una pregevole novità di Cabri II: considerando un punto qualsiasi del luogo è possibile esplorarne le proprietà e questo rappresenta una importante opportunità per un periodo di età, come quello della scuola media, caratterizzato da un apprendimento di tipo prevalentemente induttivo.

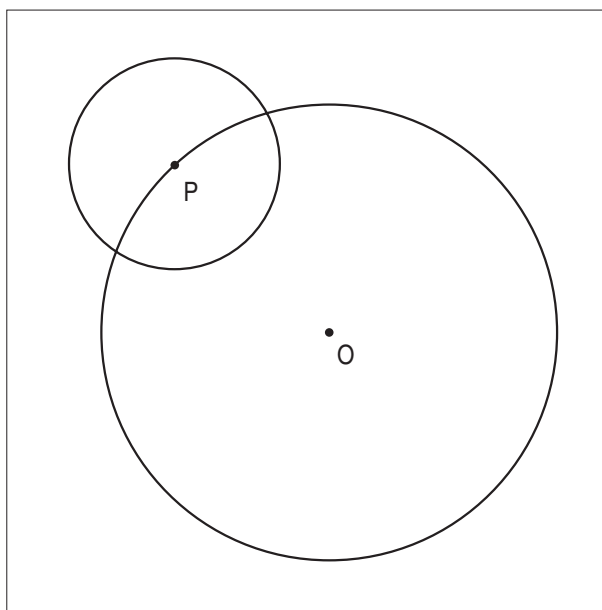
Il programma è impostato per disegnare un luogo con 50 oggetti ugualmente distanti sul cammino designato; è possibile modificare questa impostazione attraverso il comando PREFERENZE del menu OPZIONI. In alternativa, per cambiare il numero di oggetti che definiscono il luogo è possibile selezionarlo e premere, poi, il tasto + o – per aumentare o diminuire il numero di oggetti che lo definiscono.

Per ritornare alla situazione precedente al luogo, utilizzare il comando RIPRISTINA del menu EDITA. In alternativa si può selezionare il luogo col puntatore e cancellarlo col tasto back-space.

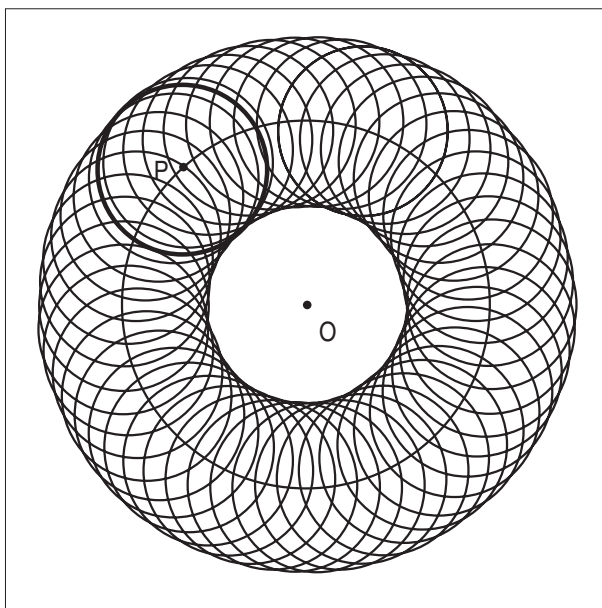
Per familiarizzarsi con lo strumento Luogo si consiglia di eseguire gli esercizi proposti dal manuale.

Primo esercizio

1. Disegna una circonferenza di centro O (Casella Curve/CIRCONFERENZA).
2. Disegna un punto appartenente alla circonferenza e chiamalo P (Casella Punti/PUNTO SU UN OGGETTO).
3. Disegna una circonferenza avente P come centro (Casella Curve/CIRCONFERENZA).



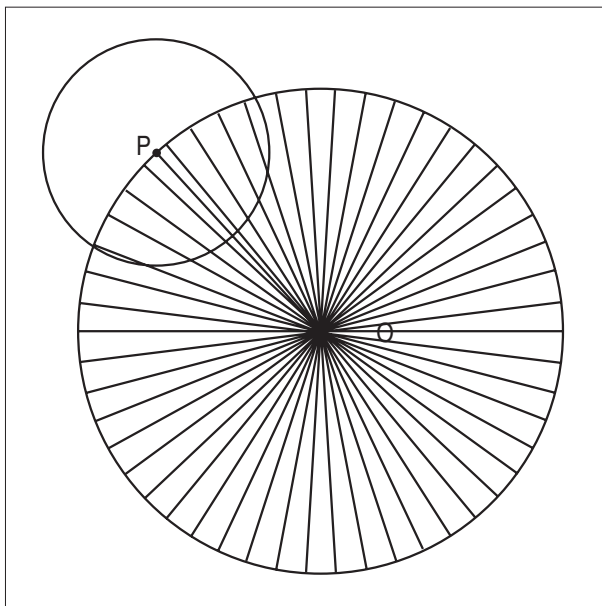
4. Seleziona il comando LUOGO della casella Costruisci. Seleziona, poi, la circonferenza di centro P (oggetto che genera il luogo) ed il punto P che, appartenendo alla circonferenza di centro O, definisce un cammino.



Secondo esercizio

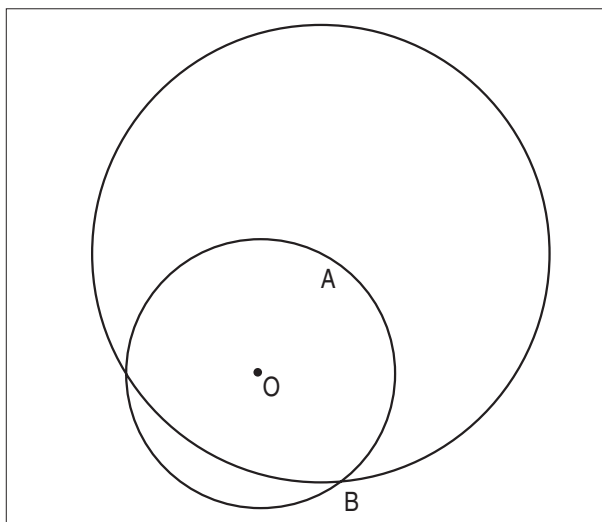
Nella figura precedente definisci il segmento OP (Casella Rette/SEGMENTO).

Costruisci il luogo generato da OP al variare di P (Casella Costruisci/LUOGO e indica, in successione, il raggio OP ed il punto P).

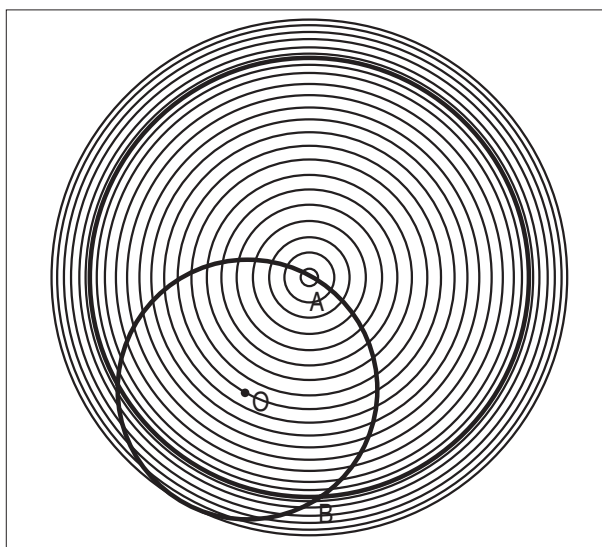


Terzo esercizio

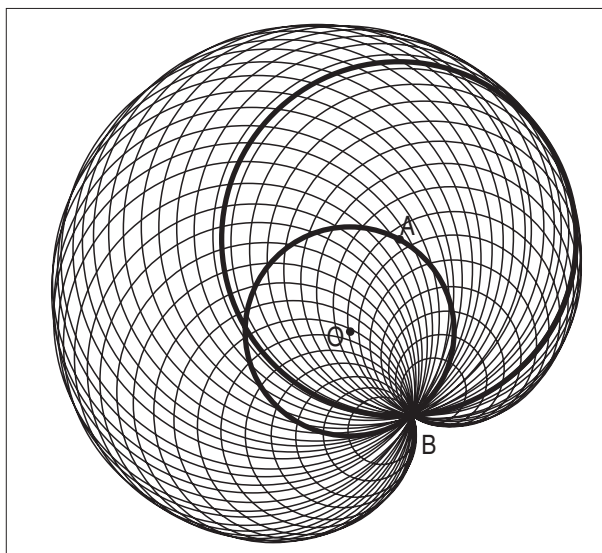
1. Disegna la circonferenza di centro O e avente il raggio scelto a piacere (Casella Curve/CIRCONFERENZA).
2. Sulla circonferenza definisci due punti scelti a piacere (Casella Punti/PUNTO SU UN OGGETTO).
3. Chiama, rispettivamente, A e B questi due punti (Casella Visualizza/NOMI).
4. Disegna la circonferenza avente centro in A e passante per B (Casella Curve/CIRCONFERENZA e indicare il punto A come centro ed il punto B come punto della circonferenza stessa).



5. Costruisci, poi, il luogo generato dalla circonferenza di centro A al variare di B lungo il cammino della circonferenza di centro O (Casella Costruisci/LUOGO e indica, in successione, la circonferenza ed il punto B).



6. Costruisci, poi, il luogo generato dalla circonferenza di centro A al variare di A sulla circonferenza di centro O (Casella Costruisci/LUOGO e indica, in successione, la circonferenza ed il punto O)



Lo strumento TRACCIA

Il messaggio di aiuto così lo presenta: “Evidenzia la traccia dello spostamento di un oggetto”. Consente, quindi, di disegnare il cammino di un oggetto mentre questo viene mosso trascinandolo col cursore manualmente oppure attivando il comando Animazione presente nella stessa casella.

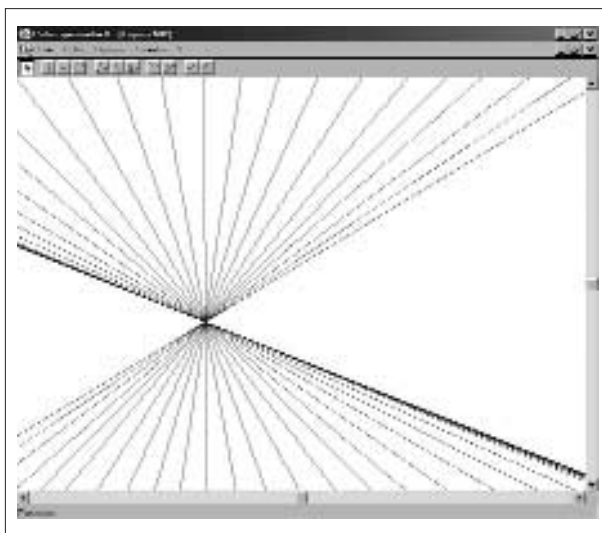
La selezione dell’oggetto che deve lasciare la traccia avviene quando esso appare racchiuso in un contorno intermittente (rettangolo tratteggiato); allo stesso modo avviene la deselegione.

La traccia è un qualcosa di provvisorio e non può essere stampata nell’ambiente Cabri. È però possibile “catturare” l’intera schermata, utilizzando Paint, seguendo il percorso indicato:

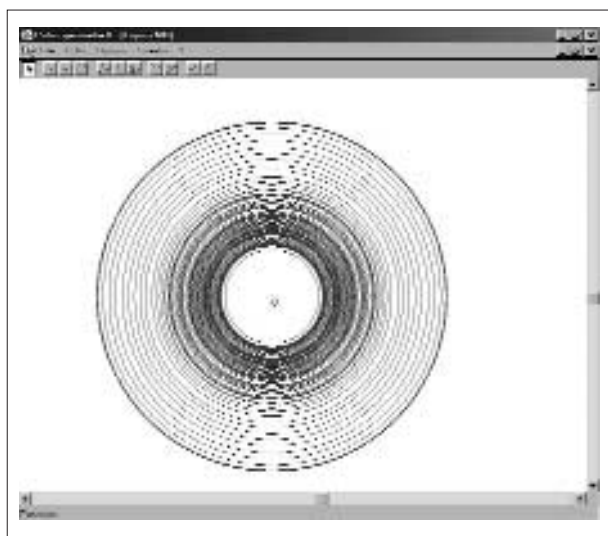
1. Preparare la figura che si desidera stampare.
2. Premere contemporaneamente i tasti Alt + Stamp.
3. Attraverso la sequenza Avvio – Programmi - Accessori si apre Paint e dal menu Modifica si seleziona Incolla.
4. Sempre dal menu Modifica di Paint si sceglie Copia e tornando a Word si incolla nel testo in cui si sta scrivendo.

Esercizio 4

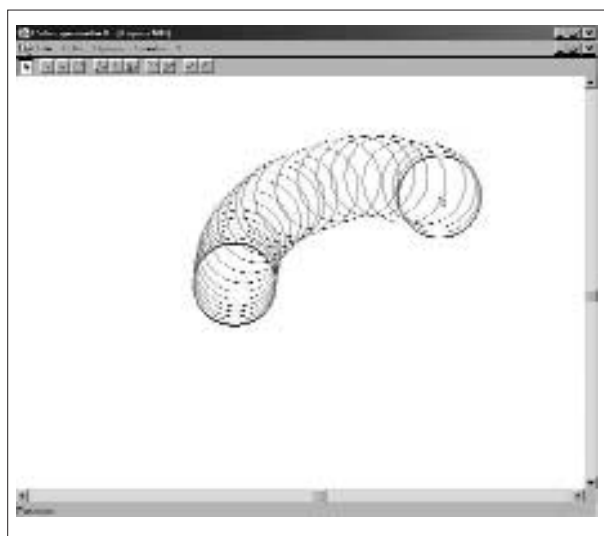
1. Disegna una retta (Casella Rette/RETTA).
2. Attiva lo strumento TRACCIA (Casella Visualizza/TRACCIA, la retta appare tratteggiata mentre la selezioni), muovendo la retta col puntatore otterrai il fascio di rette passanti per il punto di appoggio della retta.



Per familiarizzarsi, ulteriormente, con lo strumento Traccia è opportuno eseguire gli esercizi proposti dal manuale.



1. Disegna la circonferenza di centro O
2. Attiva il comando Traccia dalla casella Visualizza
3. Muovi la circonferenza



1. Disegna la circonferenza di centro O
2. Attiva il comando Traccia dalla casella Visualizza
3. Muovi il centro O

SCHEDE DI LAVORO

Per i primi due luoghi vengono proposte le schede di lavoro in doppia versione: la prima, pensata per lo studente, riporta le sole istruzioni ed alcune domande per guidare l'osservazione della figura costruita; la seconda, invece, mostra già come dovrebbe essere il risultato del lavoro.

Le schede successive sono proposte di lavoro più sintetiche e mostrano già il luogo da ottenere.

Esercitazione n. 1

(scheda di lavoro per lo studente)

1. Disegna il segmento AB (Casella Rette/SEGMENTO, Casella Visualizza/NOMI) e disegna il punto C vincolato ad esso (Casella Punti/PUNTO SU UN OGGETTO) (avendo l'avvertenza di sceglierlo in una posizione stimata sicuramente oltre la metà del segmento).
2. Misura il segmento AB (Casella Misura/DISTANZA E LUNGHEZZA).
3. Definisci il segmento AC (Casella Rette/SEGMENTO).
4. Disegna una retta qualunque (Casella Rette/RETTA) e partendo dal punto di supporto alla retta trasporta la misura del segmento AB sulla retta (Casella Costruisci/TRASPORTO DI MISURA).
5. Con lo strumento Compasso (Casella Costruisci/COMPASSO) disegna le circonferenze aventi centro, rispettivamente in A ed in B, e raggio uguale ad AC.
6. Determina le intersezioni delle due circonferenze (Casella Punti/INTERSEZIONE DI DUE OGGETTI) e chiamale E ed F.
7. Disegna il luogo descritto dal punto E al variare di C (Casella Costruisci/LUOGO e indica, in successione, i punti E e C).
8. Disegna il luogo descritto dal punto F al variare di C (Casella Costruisci/LUOGO e indica, in successione, i punti F e C).
9. Scegli un punto qualsiasi appartenente al luogo ottenuto e chiamalo P (Casella Punti/PUNTO SU UN OGGETTO).
10. Definisci i segmenti AP e PB (Casella Rette/SEGMENTO), misura le loro lunghezze (Casella Misura/DISTANZA E LUNGHEZZA) (quando appare il valore numerico fallo precedere dal commento $AP =$ e $PB =$).
11. Come risultano le lunghezze dei due segmenti?

.....

.....

12. Costruisci una tabella (Casella Misura/TABELLA) a due colonne per tabulare le distanze AP e PB (mentre risulta attivo il comando Tabella avvicinati ai valori ottenuti per le misure di AP e PB e quando compare l'indicazione "tabula questo valore" fai clic; in seguito attiva lo strumento ANIMAZIONE della casella Visualizza riferito al punto P e, di tanto in tanto, premi il comando TAB della tastiera (prima fila a sinistra, seconda riga). Che cosa osservi?

.....

.....

.....

Concludi:

quale proprietà caratterizza tutti e soli i punti del luogo disegnato?

.....

.....

.....

.....

Qual è il termine geometrico che indica il luogo disegnato?

.....

.....

Esercitazione n. 1**Asse di un segmento**

	AP =	PB =
1	2,84	2,84
2	3,75	3,75
3	5,14	5,14
4	3,75	3,75
5	3,15	3,15
6	4,41	4,41
7	3,47	3,47
8	3,36	3,36
9	3,75	3,75
10	5,14	5,14
11	4,83	4,83
12	3,75	3,75
13	4,20	4,20
14	3,75	3,75
15	3,47	3,47
16	5,14	5,14
17	3,75	3,75
18	3,75	3,75
19	3,75	3,75
20	3,75	3,75
21	3,47	3,47
22	3,75	3,75
23	3,75	3,75
24	4,72	4,72

Disegna il segmento AB e disegna il punto C vincolato ad esso (avendo l'avvertenza di sceglierlo in una posizione stimata sicuramente oltre la metà del segmento).

Misura il segmento AB. Definisci il segmento AC.

Disegna una retta qualunque e partendo dal punto di supporto alla retta trasporta la misura del segmento AB sulla retta (Casella Costruisci/TRASPORTO DI MISURA).

Con lo strumento Compasso disegna le circonferenze aventi centro, rispettivamente in A ed in B, e raggio uguale ad AC.

Determina le loro intersezioni e chiamale E ed F.

Disegna il luogo dei punti E ed F al variare di AC.

Scegli un punto qualsiasi appartenente al luogo ottenuto e chiamalo P.

Definisci i segmenti AP e PB, misura le loro lunghezze (quando appare il valore numerico fallo precedere dal commento AP = e PB =). Come risultano tali lunghezze?

Costruisci una tabella (Casella Misura/TABELLA) a due colonne per tabulare le distanze AP e PB (mentre risulta attivo il comando Tabella avvicinati ai valori ottenuti per le misure di AP e PB e quando compare l'indicazione "tabula questo valore" fai clic; in seguito attiva lo strumento Animazione della casella Visualizza riferito al punto P e, di tanto in tanto, premi il comando TAB della tastiera (prima fila a sinistra, seconda riga). Che cosa osservi?

Concludi:

quale proprietà caratterizza tutti e soli i punti del luogo disegnato?

Esercitazione n.2

(scheda di lavoro per lo studente)

1. Disegna il segmento AB (Casella Rette/SEGMENTO).
2. Definisci il punto C come punto appartenente al segmento (Casella Punti/PUNTO SU UN OGGETTO).
3. Definisci il segmento AC (Casella Rette/SEGMENTO).
4. Disegna due semirette aventi la medesima origine O (Casella Rette/SEMIRETTA).
5. Disegna la circonferenza c avente come centro O e come raggio il segmento AC (Casella Costruisci/COMPASSO).
6. Definisci i punti C' e C'' come intersezione fra la circonferenza c e le due semirette (Casella Punti/INTERSEZIONE DI DUE OGGETTI).
7. Definisci l'angolo convesso C'OC'' (Casella Visualizza/SEGNA UN ANGOLO).
8. Per i punti C' e C'' conduci le perpendicolari alle due semirette (Casella Costruisci/RETTA PERPENDICOLARE).
9. Definisci il punto P come intersezione delle due perpendicolari (Casella Punti/INTERSEZIONE DI DUE OGGETTI).
10. Traccia il luogo geometrico dei punti definito da P al variare di C (Casella Costruisci/LUOGO).
11. Definisci un punto qualunque sul luogo ottenuto (Casella Punti/PUNTO SU UN OGGETTO) e chiamalo T.
12. Dal punto T traccia le perpendicolari ai due lati dell'angolo (Casella Costruisci/RETTA PERPENDICOLARE).
13. Determina l'intersezione fra le perpendicolari ed i lati dell'angolo (Casella Punti/INTERSEZIONE DI DUE OGGETTI) e chiama i punti, rispettivamente, V e Z.
14. Definisci i segmenti TV e TZ (Casella Rette/SEGMENTO) e determina la loro lunghezza (Casella Misura/DISTANZA E LUNGHEZZA) avendo cura di aggiungere al numero che appare il commento TV = e TZ =.
15. Definisci una tabella a due colonne (Casella Misura/TABELLA) e riporta in esse, rispettivamente, le misure di TV e TZ.
16. Mediante lo strumento Animazione (Casella Visualizza/ANIMAZIONE) applicato al punto T e l'uso contemporaneo del tasto TAB raccogli un certo numero di valori.
17. Riflettendo su tali valori enuncia la proprietà che caratterizza tutti e soli i punti del luogo ottenuto e scrivila come commento al disegno.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Qual è il termine geometrico che indica il luogo disegnato?

.....

.....

.....

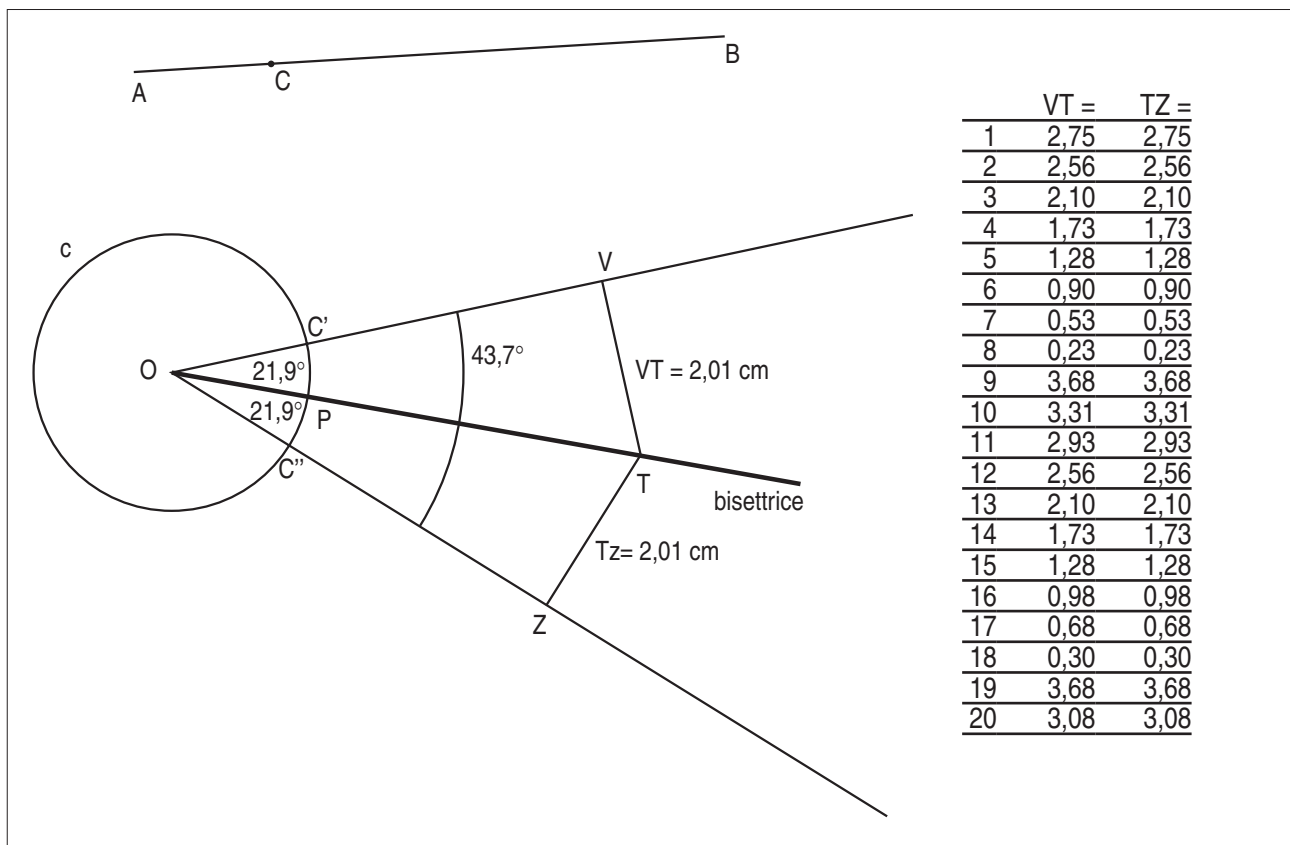
.....

.....

.....

Esercitazione n.2**Bisettrice di un angolo convesso**

1. Disegna il segmento AB (Casella Rette/SEGMENTO).
2. Definisci il punto C come punto appartenente al segmento (Casella Punti/PUNTO SU UN OGGETTO).
3. Definisci il segmento AC (Casella Rette/SEGMENTO).
4. Disegna due semirette aventi la medesima origine O (Casella Rette/SEMIRETTA).
5. Disegna la circonferenza c avente come centro O e come raggio il segmento AC (Casella Costruisci/COMPASSO).
6. Definisci i punti C' e C'' come intersezione fra la circonferenza c e le due semirette (Casella Punti/INTERSEZIONE DI DUE OGGETTI).
7. Definisci l'angolo convesso C'OC'' (Casella Visualizza/SEGNA UN ANGOLO).
8. Per i punti C' e C'' conduci le perpendicolari alle due semirette (Casella Costruisci/RETTE PERPENDICOLARE).
9. Definisci il punto P come intersezione delle due perpendicolari (Casella Punti/INTERSEZIONE DI DUE OGGETTI).
10. Traccia il luogo geometrico dei punti definito da P al variare di C (Casella Costruisci/LUOGO).



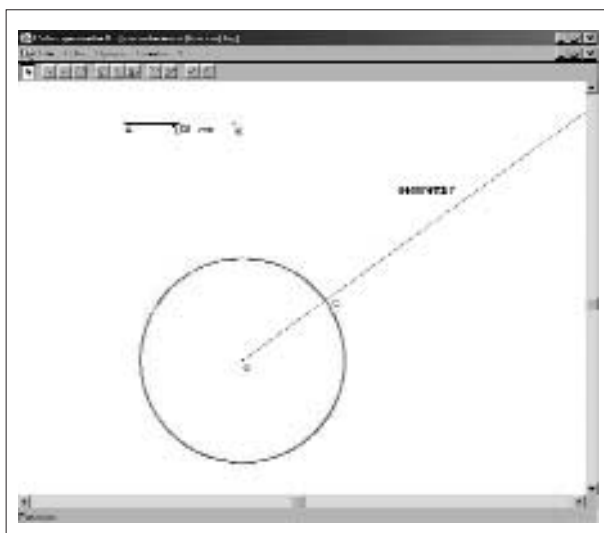
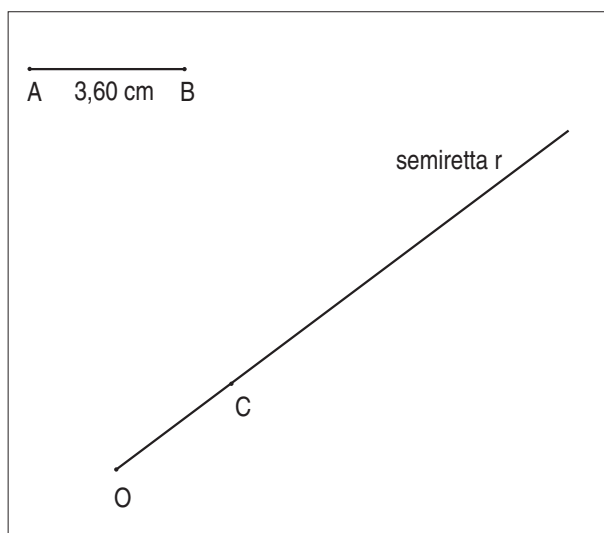
11. Definisci un punto qualunque sul luogo ottenuto e chiamalo T.
12. Dal punto T traccia le perpendicolari ai due lati dell'angolo.
13. Determina l'intersezione fra le perpendicolari ed i lati dell'angolo e chiama i punti, rispettivamente, V e Z.
14. Definisci i segmenti TV e TZ e determina la loro lunghezza avendo cura di aggiungere al numero che appare il commento TV = e TZ =.
15. Definisci una tabella a due colonne e riporta in esse, rispettivamente, le misure di TV e TZ.
16. Mediante lo strumento Animazione applicato al punto T e l'uso contemporaneo del tasto TAB raccogli un certo numero di valori.
17. Riflettendo su tali valori enuncia la proprietà che caratterizza tutti e soli i punti della bisettrice di un angolo e scrivila come commento al disegno.

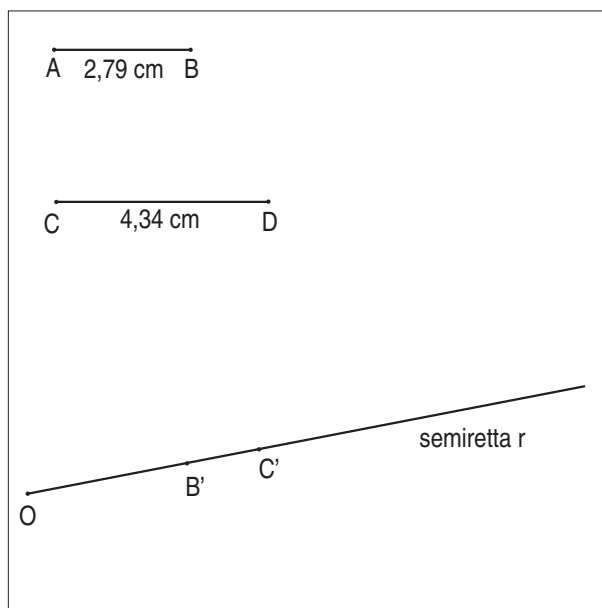
Esercitazione n.3

Circonferenza

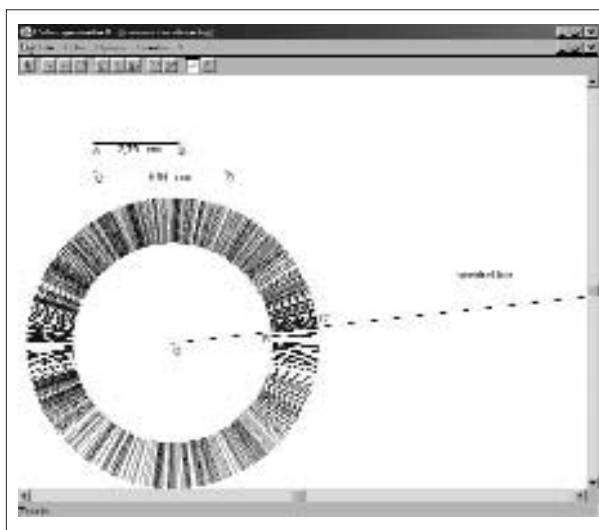
1. Disegna il segmento AB.
2. Misura la lunghezza del segmento AB.
3. Disegna la semiretta r e chiama O il punto origine e, mediante l'attivazione del comando Testo della casella Visualizza, scrivi "semiretta r" accanto alla semiretta (perché, in Cabri II, non è possibile assegnare il nome ad una semiretta attraverso il comando Nomi).
4. Trasporta la misura del segmento AB sulla semiretta r a partire da O.
5. Dalla casella Costruisci scegli l'opzione "Ridefinizione di un oggetto" e vincola l'estremo C alla semiretta r.
6. Dalla casella Visualizza scegli il comando Traccia e indica il punto C.
7. Manualmente o attraverso il comando Animazione della casella Visualizza, muovi la semiretta r.
8. Che cosa ottieni?

-
9. Prova a dare una definizione della figura ottenuta come traccia usando la parola "luogo":
-



Esercitazione n.4**Corona circolare**

1. Disegna i segmenti AB e CD con $CD > AB$.
 2. Misura le loro lunghezze.
 3. Disegna la semiretta r (il nome di una semiretta si scrive attivando la voce testo della casella Visualizza) e chiama O il punto di origine.
 4. Trasporta la misura di AB e di CD sulla semiretta r a partire da O.
 5. Attraverso la voce Ridefinizione di un oggetto della casella Costruisci vincola l'estremo destro dei due segmenti riportati alla semiretta e chiamali rispettivamente B' e C'.
 6. Definisci il segmento avente per estremi B' e C'.
 7. Seleziona il comando Traccia della casella Visualizza per il segmento B'C' e muovi la semiretta r nel piano (manualmente o con il comando Animazione). Cosa ottieni?
-
8. Dal menu Opzioni/Preferenze stabilisci per i luoghi di punti 200 posizioni anziché le 50 proposte dal programma e ripeti l'operazione 7. Che cosa hai migliorato?



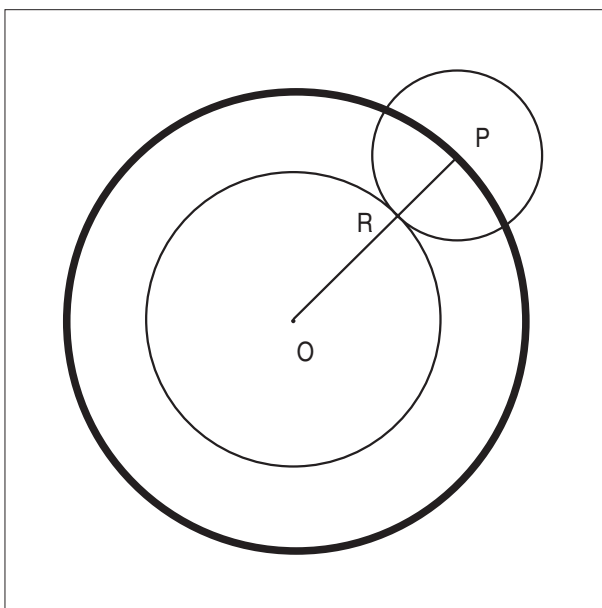
Esercizi da svolgere in laboratorio

Circonferenze tangenti esternamente

Costruisci una circonferenza di centro O e raggio r . Disegna ora una circonferenza tangente esternamente alla prima e avente il raggio r' .

Quante circonferenze che soddisfano a queste condizioni puoi disegnare?

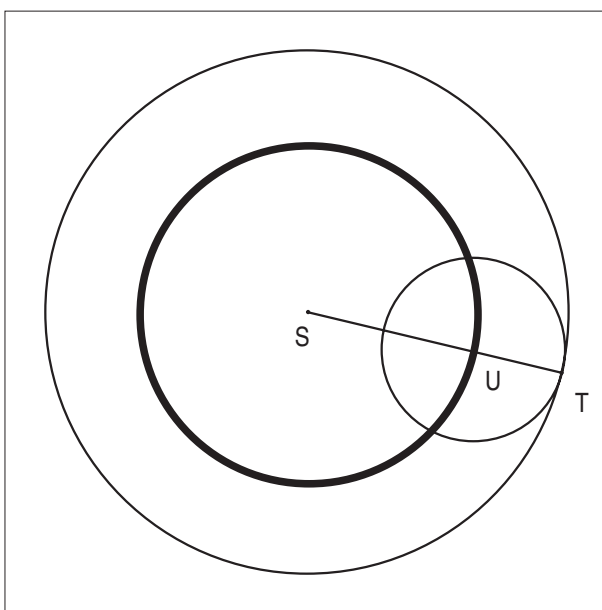
.....
 Su quale linea sono situati i loro centri?



Circonferenze tangenti internamente

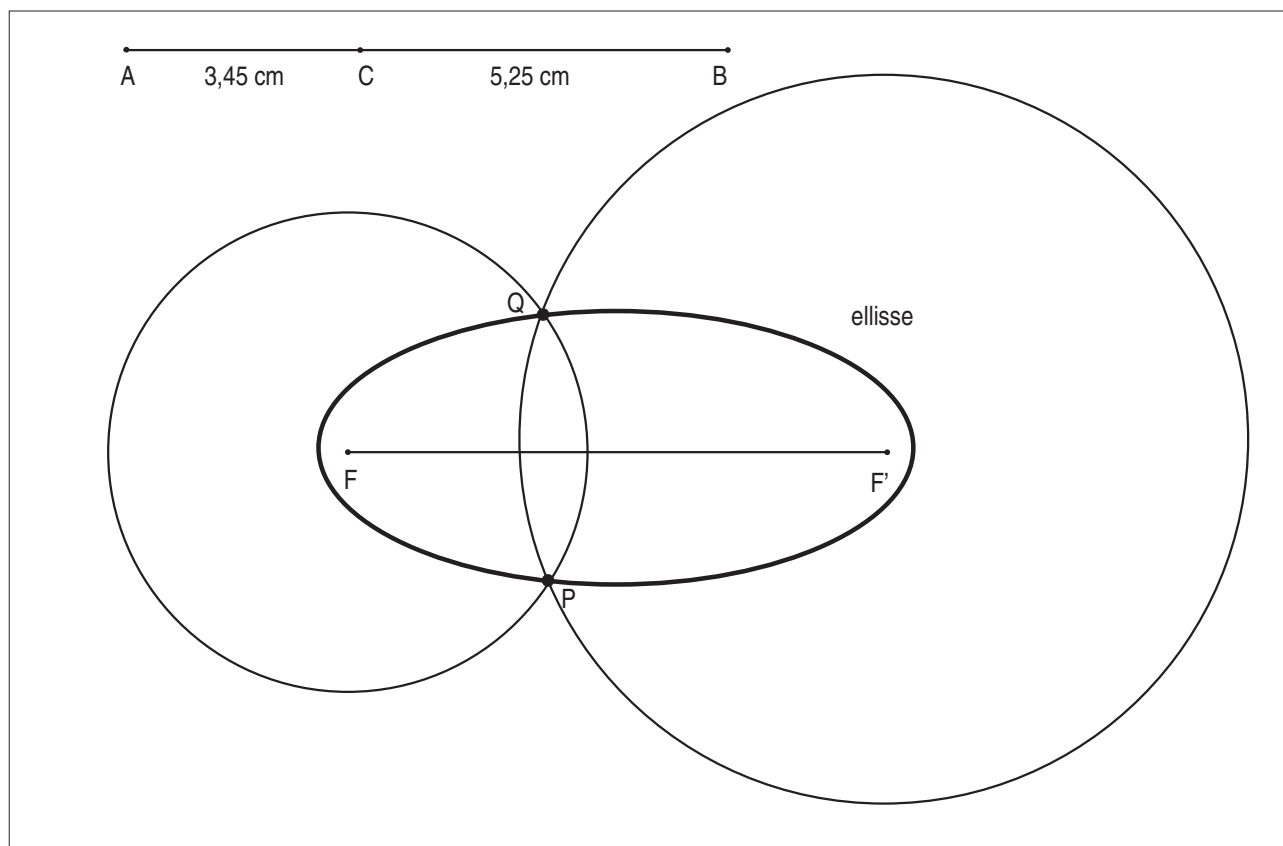
Costruisci una circonferenza di centro S e raggio r . Disegna una circonferenza tangente internamente alla prima di raggio r' .

Quante circonferenze che soddisfano a queste condizioni puoi disegnare? Perché? Qual è la loro posizione reciproca? Su quale linea sono situati i loro centri?



Esercitazione n.5

Ellisse



1. Disegna il segmento AB.
2. Definisci il punto C come punto sul segmento AB.
3. Definisci i segmenti AB, AC e CB e determina la loro misura.
4. Disegna un segmento FF'.
5. Usando il comando “compasso” disegna la circonferenza avente come centro F e raggio uguale al segmento AC e la circonferenza avente come centro F' e raggio uguale al segmento CB.
6. Interseca le due circonferenze e chiama P e Q le loro intersezioni.
7. Nascondi le due circonferenze.
8. Disegna il luogo geometrico descritto dai punti P e Q al variare della posizione del punto C all'interno del segmento AB.
9. Osserva e descrivi la figura ottenuta.
10. Riconosci la proprietà che caratterizza tutti i suoi punti.
11. Prova a variare la posizione del punto F' (o del punto F) e descrivi come cambia la figura-luogo.

Scopri la proprietà del luogo!

Il luogo trovato è un'ellisse.

Definisci un punto qualunque sulla ellisse e chiamalo T.

Congiungi T con i due fuochi F ed F'.

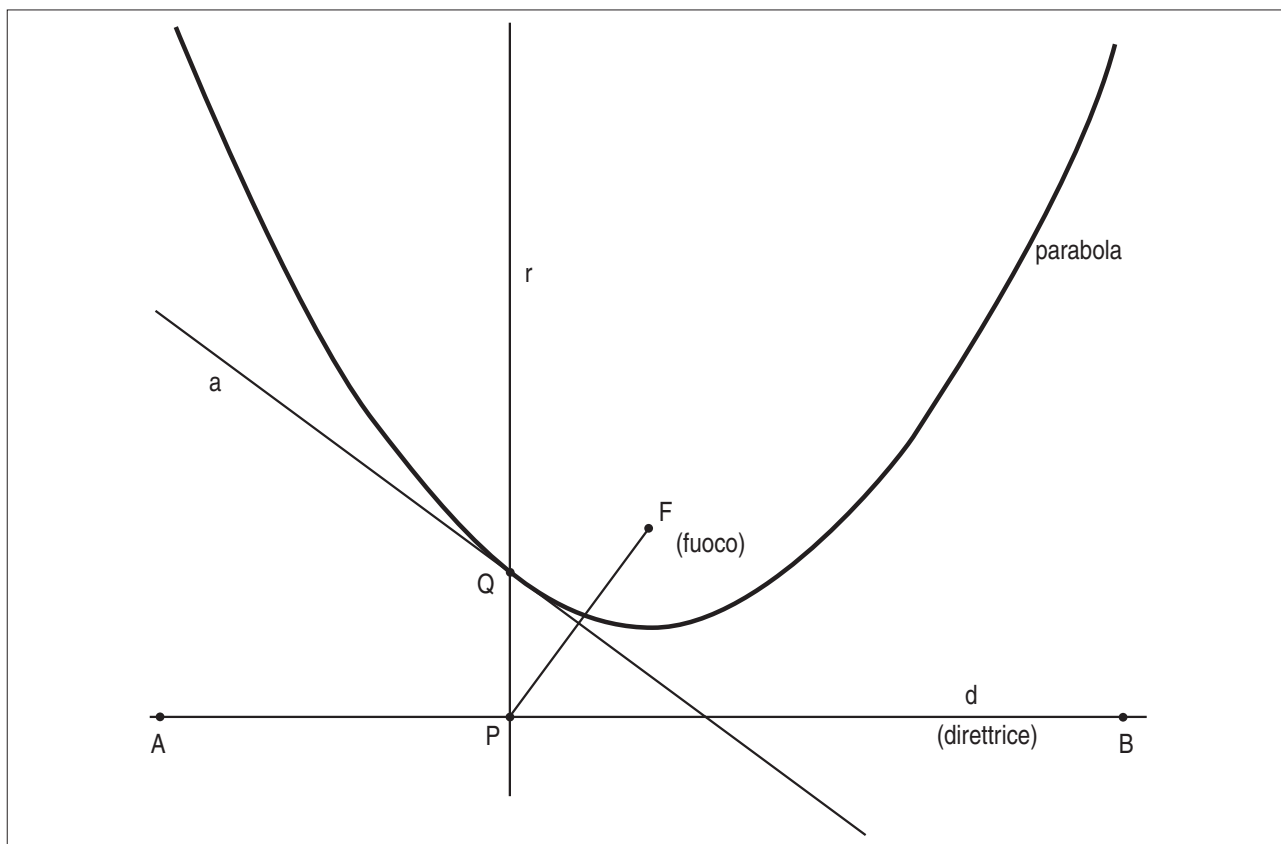
Definisci i segmenti TF e TF' e determina le loro lunghezze.

Come hai già operato nelle schede relative all'asse di un segmento e alla bisettrice di un angolo, puoi raccogliere in una tabella a tre colonne i dati che esprimono la lunghezza di TF, TF' e la loro somma TF + TF' (animazione del punto T e tabulazione).

Attraverso una attenta osservazione dei dati così ottenuti, puoi giungere alla scoperta della proprietà caratteristica di ciascun punto dell'ellisse e scriverla come commento al disegno.

Esercitazione n.6

Parabola



1. Disegna la retta d (direttrice).
2. Definisci il segmento AB incluso nella retta d (i punti A e B sono definiti come "punto su un oggetto").
3. Definisci il punto P come appartenente al segmento AB .
4. Disegna un punto F (fuoco) a piacere.
5. Definisci il segmento avente come estremi i punti P ed F e tracciane il rispettivo asse a .
6. Disegna la retta r perpendicolare alla retta d passante per P .
7. Definisci l'intersezione fra l'asse a e la retta r e chiamala Q .
8. Disegna il luogo geometrico di punti generato da Q al variare del punto P all'interno del segmento AB .
Osserva e descrivi la figura ottenuta.
Come varia al variare del punto F ?

Scopri la proprietà del luogo!

Il luogo ottenuto è una parabola.

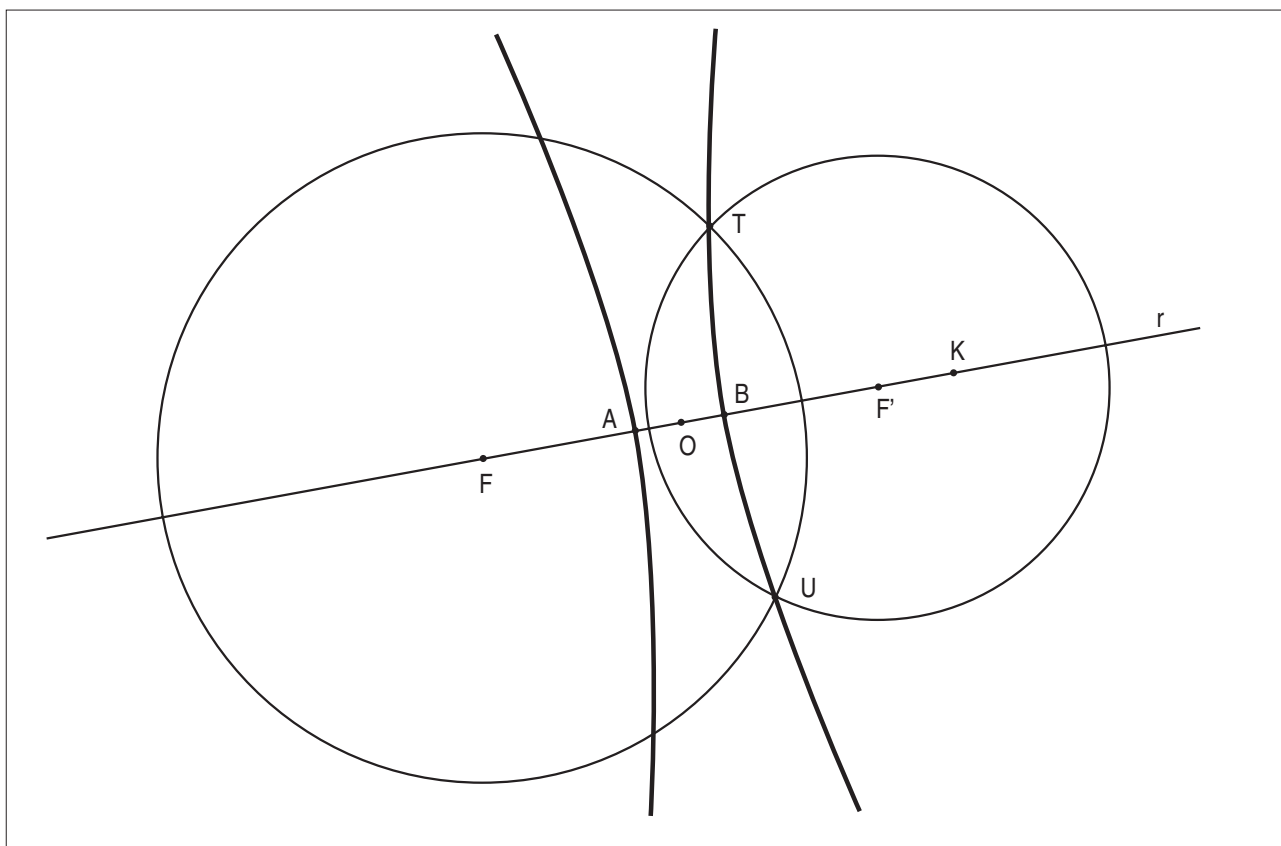
Definisci un punto qualunque sulla parabola e chiamalo T .

Congiungi T con il fuoco F e definisci il segmento che esprime la distanza del punto T dalla direttrice d e chiamalo TH .

Definisci i segmenti TF e TH e determina le loro lunghezze.

Come hai già operato nelle schede relative all'asse di un segmento e alla bisettrice di un angolo puoi raccogliere in una tabella a due colonne i dati che esprimono la lunghezza di TF e di TH .

Attraverso una attenta osservazione dei dati così ottenuti puoi giungere alla scoperta della proprietà caratteristica di ciascun punto della parabola e scriverla come commento al disegno.

Esercitazione n.7**Iperbole**

1. Disegna una retta e chiamala r .
2. Sulla retta r definisci, a piacere, due punti e chiamali F ed F' .
3. Definisci il segmento FF' e costruisci il suo punto medio O .
4. Scegli, a piacere, un punto appartenente al segmento FF' e chiamalo A .
5. Costruisci il simmetrico di A rispetto ad O (Casella Trasforma/SIMMETRIA CENTRALE) e chiamalo B .
6. Scegli un punto, appartenente alla retta r ed esterno al segmento FF' , e chiamalo K .
7. Definisci i segmenti KA e KB .
8. Disegna la circonferenza avente centro in F e raggio KA (Casella Costruisci/COMPASSO).
9. Disegna la circonferenza avente centro in F' e raggio KB (Casella Costruisci/COMPASSO).
10. Interseca le due circonferenze e chiama T ed U le loro intersezioni.
11. Disegna il luogo generato da T al variare di K .
12. Disegna il luogo generato da U al variare di K .

Scopri la proprietà del luogo!

Il luogo ottenuto è un'iperbole.

Definisci un punto qualunque sull'iperbole e chiamalo X .

Congiungi X con il fuoco F e definisci il segmento XF .

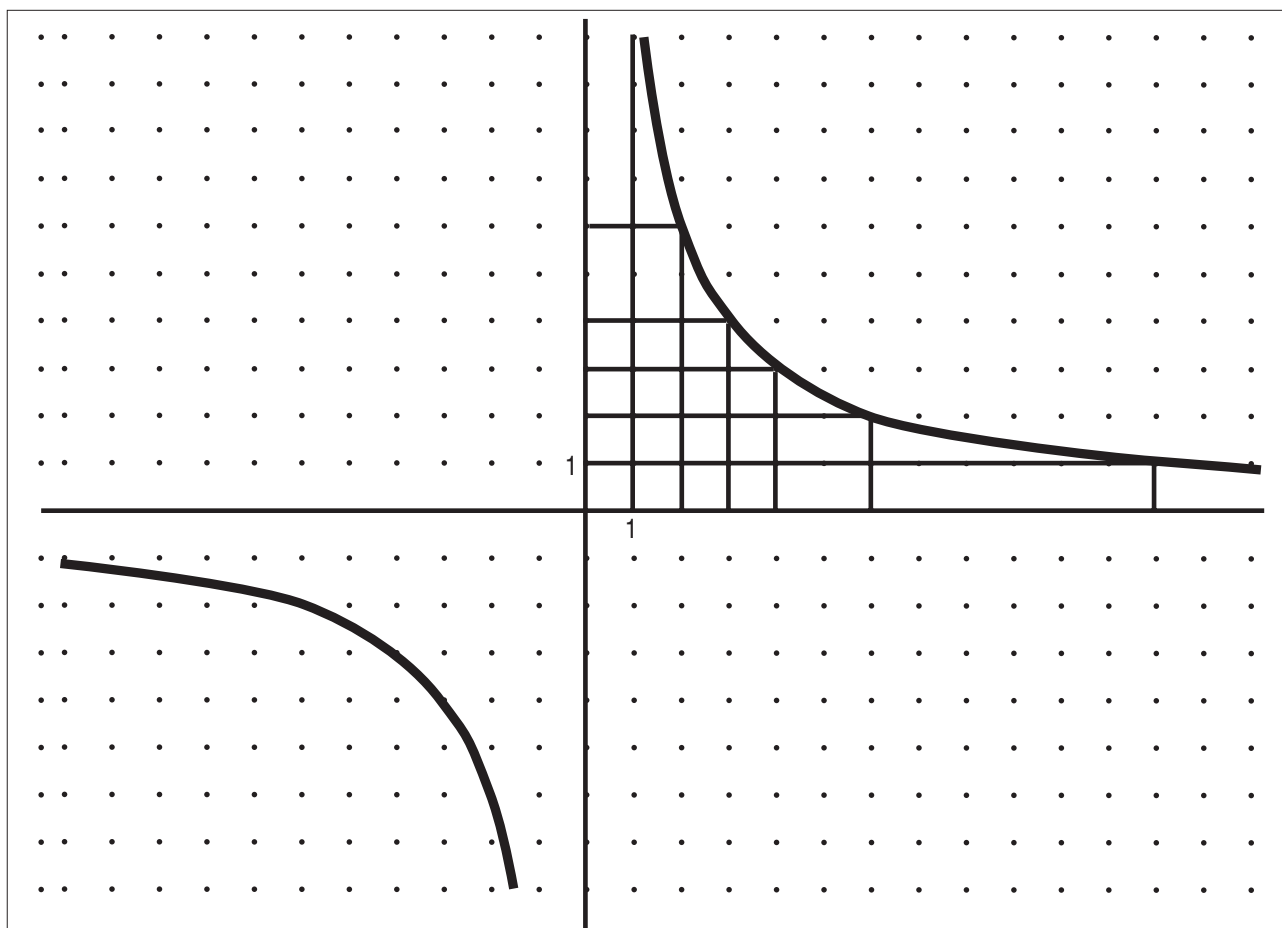
Congiungi X con il fuoco F' e definisci il segmento XF' .

Determina le lunghezze dei segmenti XF ed XF' .

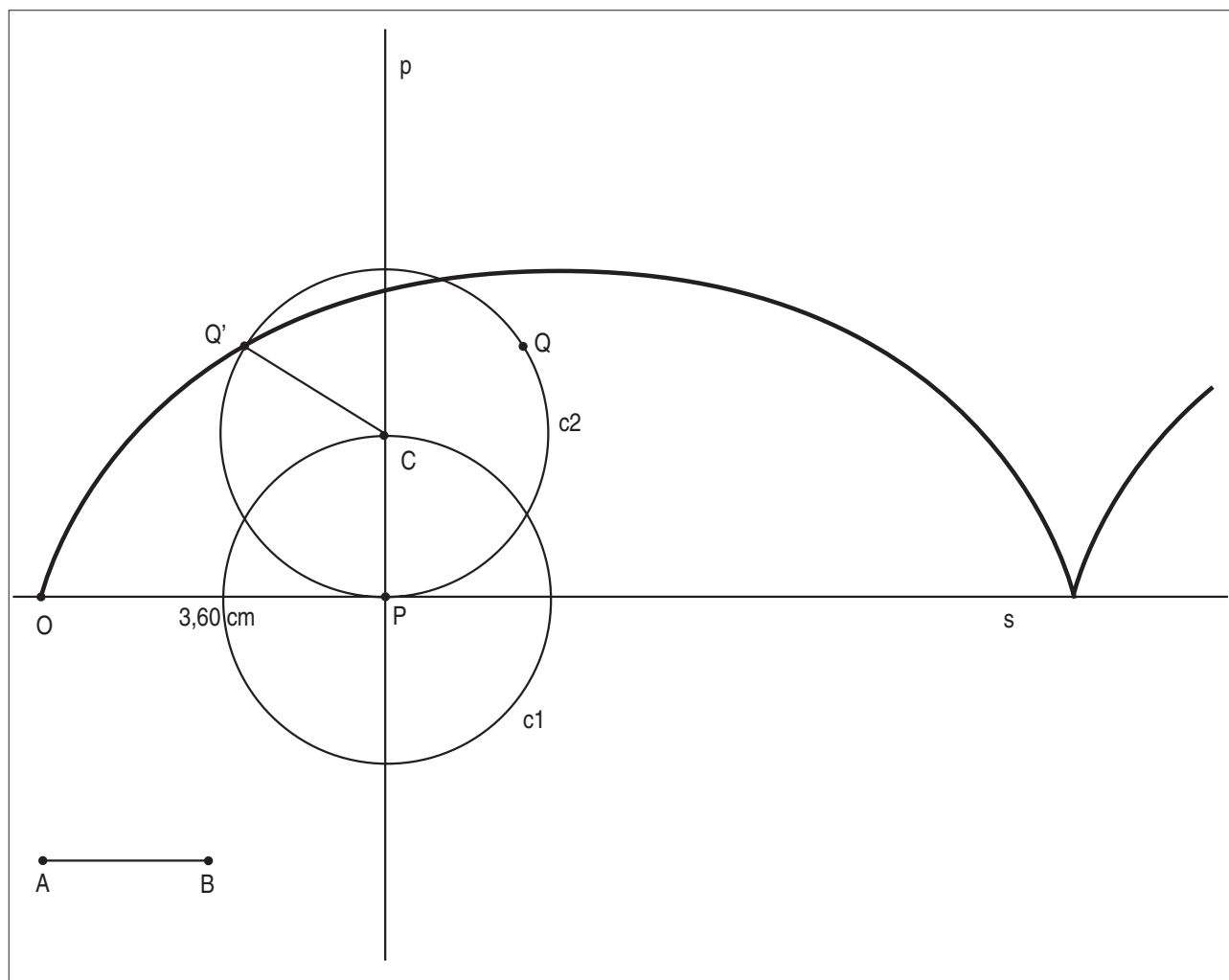
Come hai già operato nelle schede relative all'asse di un segmento e alla bisettrice di un angolo puoi raccogliere in una tabella a tre colonne i dati che esprimono la lunghezza di XF e di XF' e la loro differenza. Attraverso un'attenta osservazione dei dati così ottenuti, puoi giungere alla scoperta della proprietà caratteristica di ciascun punto dell'iperbole e scriverla come commento al disegno.

Esercizio da svolgere in laboratorio³**Rettangoli equiestesi ed iperbole equilatera**

1. Casella Disegna/MOSTRA GLI ASSI + GRIGLIA.
2. Adegua opportunamente l'unità di misura agendo su di essa col puntatore.
3. Casella Rette/POLIGONO disegnare i sei rettangoli equiestesi con area uguale a 12 quadratini unitari (12 unità al quadrato).
4. Casella Curve/CONICA indicare in successione 5 punti.
5. Osservare che viene disegnato anche il secondo ramo dell'iperbole equilatera nel terzo quadrante degli assi.



³ Questa esercitazione si svolge nel piano cartesiano e utilizza il comando CONICA della casella Curve. Tale comando consente di ottenere una conica assegnandone 5 punti. Si è ritenuto di limitarne l'uso a questa sola esercitazione per il suo carattere "magico" e poco comprensibile a chi non ha ancora solide basi di geometria algebrica.

Esercitazione n.8**Cicloide⁴**

1. Disegna la semiretta s avente come origine O .
2. Disegna il segmento AB (che rappresenta il raggio della ruota).
3. Sulla semiretta s disegna, a piacere, il punto P (Casella PUNTI/Punto su un oggetto).
4. Disegna la circonferenza $c1$ (Casella COSTRUISCI/Compasso; centro in P e raggio AB).
5. Disegna la retta p perpendicolare alla semiretta s passante per P .
6. Definisci il punto C come intersezione fra la retta p e la circonferenza $c1$.
7. Definisci il segmento OP e misurane la lunghezza.
8. Disegna la circonferenza $c2$ di centro C e passante per P .
9. Trasporta la misura di OP (che rappresenta il cammino già compiuto da $c2$ rispetto all'origine O) sulla circonferenza $c2$ a partire da P (Casella COSTRUISCI/Trasporto di misura: indica, nell'ordine, la circonferenza $c2$, il punto P ed il numero che esprime la misura del segmento OP).
10. Chiamala Q il punto così ottenuto.
11. Disegna il simmetrico di Q rispetto alla retta p (Casella TRASFORMA/Simmetria assiale) e chiamalo Q' .
12. Disegna il luogo generato da Q' al variare di P sulla semiretta s (indica, in successione, i punti Q' e P).

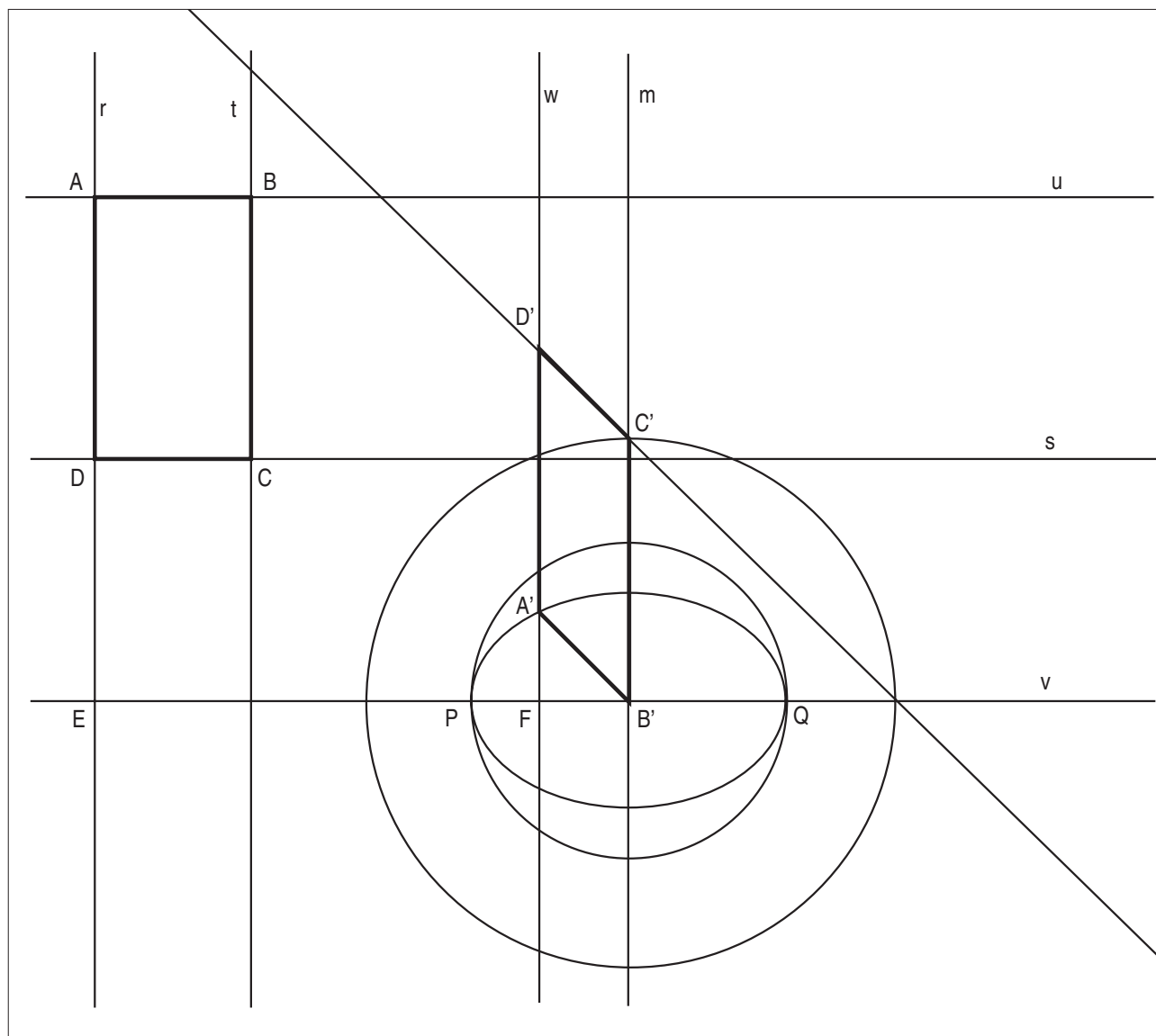
⁴ Il nome di questo luogo richiama la bicicletta: immagina di porre una sorgente luminosa sulla ruota (ad esempio sullo spilletto) ... e di muoverti!

Esercitazione n.9

Solidi di Rotazione

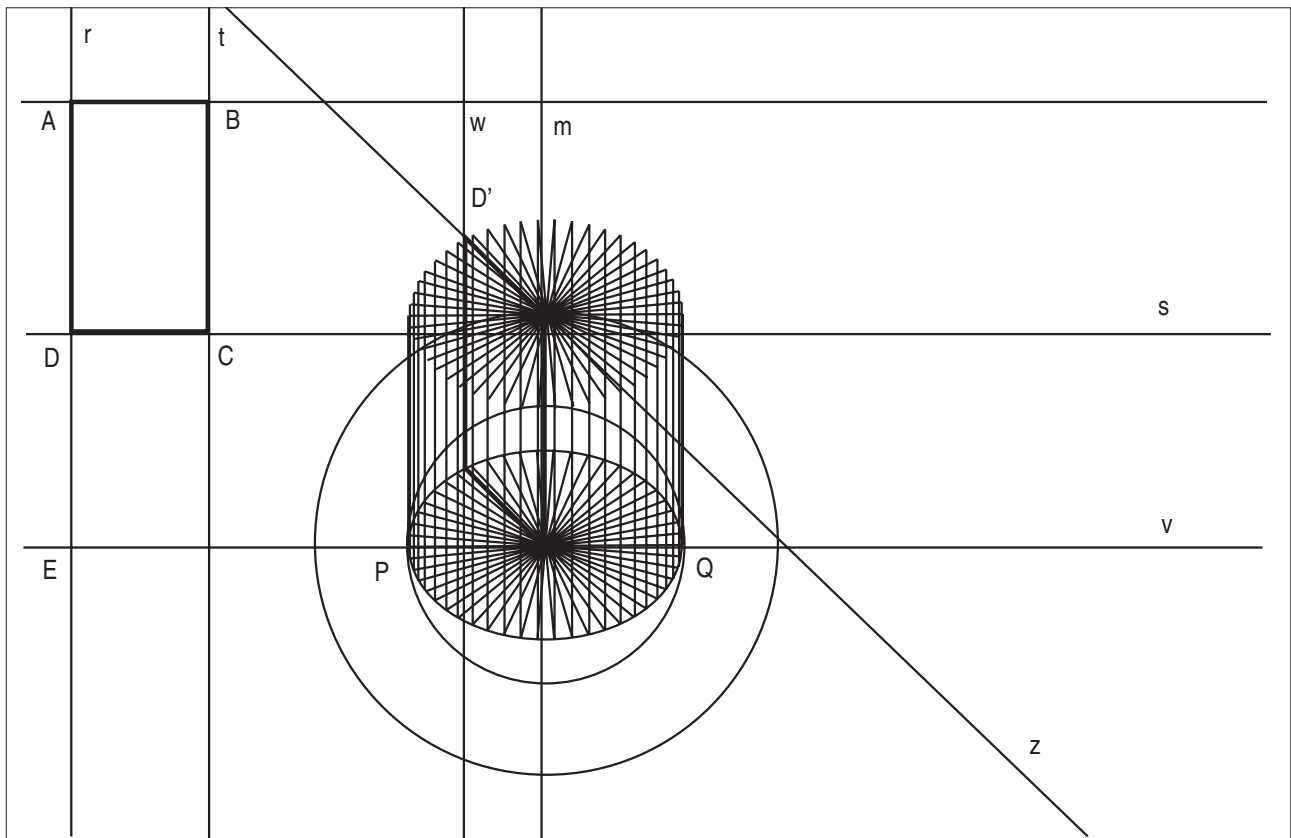
Prima fase: disegna un rettangolo ABCD ancorato alla retta r passante per il lato AD.

1. Disegna una retta r, in posizione verticale ed a sinistra del foglio.
2. Disegna una retta s, perpendicolare ad r.
3. Definisci il punto intersezione delle due rette r ed s e chiamalo D.
4. Definisci un punto vincolato alla retta s e chiamalo C.
5. Per il punto C manda una perpendicolare alla retta s e chiamala t.
6. Definisci un punto vincolato alla retta t e chiamalo B.
7. Disegna la retta u, passante per B e perpendicolare a t.
8. Definisci il punto di intersezione delle rette r ed u e chiamalo A.
9. Definisci i segmenti AB, BC, CD, DA.
10. Se lo ritieni opportuno, per migliorare la chiarezza del disegno, nascondi le rette s, t, u.

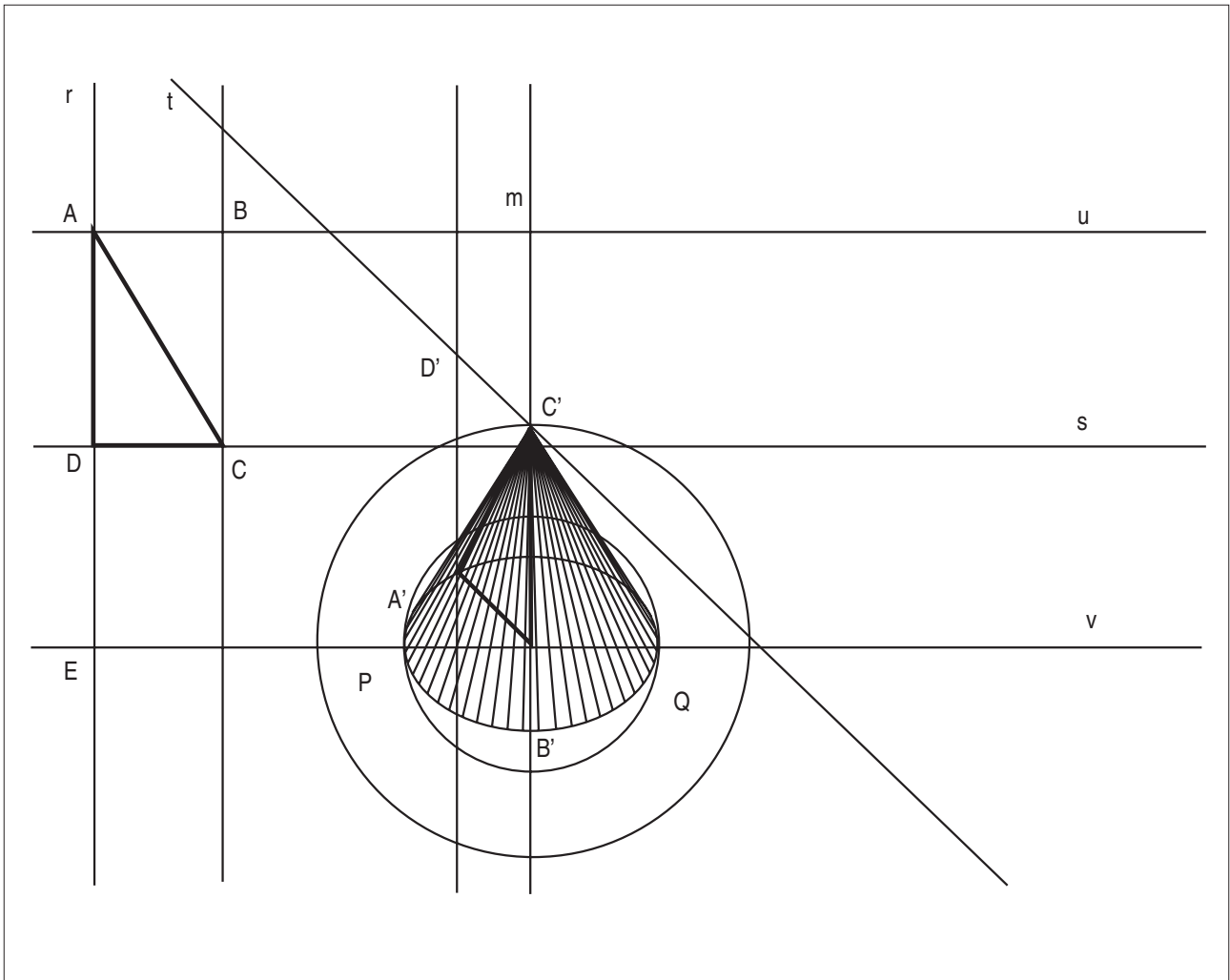


Seconda fase preparare un parallelogramma corrispondente ad ABCD pronto per ruotare intorno all'asse m.

1. Scegli un punto E, disposto nel semipiano sottostante al lato DC, appartenente alla retta r ("punto su un oggetto").
2. Disegna la retta v passante per E, perpendicolare alla retta r.
3. Definisci un punto B' appartenente alla retta v.
4. Attivando lo strumento Compasso della casella Costruzioni disegna la circonferenza di centro B' e raggio AB.
5. Definisci i punti intersezione di questa circonferenza con la retta v e chiamali P e Q.
6. Definisci il segmento PQ.
7. Se lo consideri opportuno per la chiarezza del disegno nascondi la circonferenza.
8. Definisci un punto F, appartenente al segmento PQ, ed abbastanza vicino a P.
9. Attiva la macro per costruire l'ellisse di asse maggiore PQ e fuoco F. (Segui il seguente percorso: Menu File/Apri/Cerca in Cabriwindows/Cartella Macro/Ell_assf)
10. Controlla che la macro Ellisse (asse e fuoco) sia attiva nella casella Macro.
11. Costruisci l'ellisse avente asse PQ e fuoco F (Casella Macro/Ellisse)
12. Disegna la retta passante per B' e perpendicolare alla retta v e chiamala m.
13. Utilizzando il comando Compasso disegna la circonferenza avente centro in B' e raggio congruente al segmento BC.
14. Definisci uno dei punti intersezione della retta m con la circonferenza e chiamalo C'.
15. Se lo ritieni opportuno, per migliorare la chiarezza del disegno, puoi nascondere la circonferenza.
16. Definisci un punto vincolato all'ellisse e chiamalo A'.
17. Definisci il segmento A'B' ed evidenzialo usando uno spessore medio ed un colore.
18. Disegna la retta passante per C' e parallela al segmento A'B' ; chiamala z.
19. Disegna la retta passante per A' e parallela alla retta m; chiamala w.
20. Definisci l'intersezione delle rette z e w e chiama D' tale punto.
21. Definisci i segmenti A'D', B'C' e C'D'.
22. Se lo ritieni opportuno, per migliorare la chiarezza del disegno, nascondi le rette z e w, l'ellisse ed il punto F, i punti P e Q.
23. Muovendo il punto A' il rettangolo A'B'C'D' ruota attorno al lato B'C' (la retta m è l'asse di rotazione) assumendo infinite posizioni.
24. Attivando il comando Luogo della casella Costruzioni e indicando il segmento A'D' ed il punto A' si ottiene la superficie laterale del cilindro, mentre lo stesso comando applicato al segmento A'B' ed al punto A' genera la base inferiore. Nello stesso modo, selezionando il segmento C'D' ed il punto A' si ottiene la base superiore.



Con esercizi analoghi partendo da un triangolo rettangolo puoi ottenere il cono, partendo da un trapezio rettangolo puoi ottenere un cilindro ed un cono aventi la base in comune e così via.



Esercizi per allenare la mente

1. Considera un segmento AB ed un punto C appartenente ad esso. Considera un punto F scelto a piacere ma non appartenente al segmento AB. Disegna la perpendicolare al segmento AB passante per F. Disegna il punto medio del segmento CF e chiamalo Q. Quale luogo geometrico descrive Q al variare di C?
2. Disegna un segmento AB ed un punto P appartenente ad esso. Disegna la perpendicolare ad AB, passante per P, e chiamala r. Sulla retta r scegli un punto a piacere e chiamalo Q. Definisci il segmento PQ ed il relativo punto medio M. Quale luogo geometrico descrive M al variare di P?
3. Considera due punti qualsiasi e chiamali A e B. Qual è il luogo geometrico dei punti equidistanti dai due punti dati? Prova a costruirlo!
4. Considera una retta qualsiasi e chiamala r. Prova a identificare ed a costruire il luogo geometrico dei punti equidistanti dalla retta r.
5. Considera due rette r ed s ed esamina, rispettivamente, i casi in cui risultano parallele ed incidenti. Qual è, nei due casi considerati, il luogo geometrico dei punti equidistanti dalle due rette date? Prova a costruire entrambi i luoghi.
6. Considera tre punti A, B e C. Sai individuare e costruire il luogo geometrico dei punti equidistanti dai tre punti dati?
7. Qual è il luogo geometrico descritto dai centri delle circonferenze tangenti a due rette incidenti?
8. Dove si trovano i centri delle circonferenze tangenti a due rette parallele?

Bibliografia

- | | |
|---------------------------------|--|
| P. Boieri, A. Ramassotto | <i>Da Cabri 1.7 a Cabri II</i> , in Bollettino CABRIRRSAE n.12, Giugno 1997 |
| M. Brambilla, E. Lamanna | <i>Cabri-géomètre e i luoghi geometrici</i> , Quaderno di CABRIRRSAE n.8, 1995 |
| C. Di Stefano | <i>Cabri, Matematica in laboratorio A,B,C</i> Ghisetti e Corvi, 2000 |
| AA.VV. | <i>School Mathematics Project</i> , vol.3, cap 15, Zanichelli Editore, Bologna 1973 |
| G. Lo Iacono | <i>Solidi di rotazione</i> , in CABRIRRSAE n.24, Giugno 2000 |
| G. Giacometti | <i>Cabri Géomètre e lo studio delle coniche nella scuola media</i> , Quaderno di CABRIRRSAE n.11, 1996 |

La possibilità
di ottenere luoghi geometrici
“in diretta”
è una delle promesse vincenti di Cabri,
particolarmente efficace
nella scuola media.

Anche nella geometria,
come nella vita, ...
nessun luogo è lontano!



IRRE Emilia-Romagna - Sezione Scuola Media

Supplemento al n.3 maggio-giugno 2003, di INNOVAZIONE EDUCATI-
VA bollettino bimestrale dell'Istituto Regionale di Ricerca, Educativa
dell'Emilia Romagna. Registrazione Trib. Bo n. 4845 del 24-10-1980.
Direttore resp. Luciano Lelli, proprietà IRRE Emilia-Romagna.